

**SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
AUTOMATIZÁLÁSI TANSZÉK**

Elektrotechnika jegyzet

Készítette: dr. Hodossy László főiskolai docens előadásai alapján Tomozi György

Győr, 2004.

Tartalomjegyzék

1. Hálózatok analízise	5
1.1. Egyenáramú hálózatok	5
1.1.1. Alapfogalmak:	5
1.1.2. Passzív és aktív elemek	5
1.1.2.1. Generátorok típusai	5
1.1.3. Hálózatszámítási törvények, módszerek	6
1.1.3.1. Ohm törvénye	6
1.1.3.2. Kirchhoff törvények	7
1.1.3.3. Ellenállásredukció	7
1.1.3.4. A Delta - Csillag átalakítás	8
1.1.3.5. A csillag- delta átalakítás	8
1.1.3.6. Áramosztó, feszültségosztó képlet	9
1.1.3.7. Csomóponti potenciálok módszere /CsPM/	10
1.1.3.8. Hurokáramok módszere /HÁM/	11
1.1.3.9. Szuperpozíció	11
1.1.4. Helyettesítő generátorok tétele	12
1.1.4.1. Thevenin-tétel	12
1.1.4.2. Norton-tétel	12
1.1.5. Kétpólusok teljesítménye és hatásfoka	13
1.1.5.1. Illesztések	13
1.2. Váltakozó áramú hálózatok	14
1.2.1. Szinuszos áramú hálózatok	14
1.2.1.1. A szinuszos mennyiség leírása	15
1.2.1.2. Egyszerű hálózatok	15
1.2.1.3. Szinuszos mennyiségek komplex leírása	17
1.2.1.4. Teljesítményszámítás, teljesítményillesztés	18
1.2.1.5. Az impedancia frekvenciafüggése	21
1.2.2. Háromfázisú hálózatok	26
1.2.2.1. Csillag – kapcsolat	28
1.2.2.2. Delta - kapcsolat	28
1.2.3. Periodikus áramú hálózatok	29
1.2.3.1. Középtértékek	30
1.2.3.2. A periodikus jelek felbontása	31
1.2.3.3. A műszerek indikációja	32
1.3. Átmeneti jelenségek	32
1.3.1. Soros RC kör	32
1.3.2. Soros RL kör	34
2. A mágneses tér	35
2.1. Mágneses erő két párhuzamos áramvezető között	36
2.2. Az áram mágneses tere:	36
2.3. A mágneses fluxussűrűség (mágneses indukció)	37
2.4. A mágneses fluxus	37
2.5. A mágneses térerősség	38
2.6. A gerjesztési törvény (Maxwell IV.)	38
2.6.1. A végtelen hosszú egyenes vezető mágneses tere	39
2.7. Lorentz - féle erő	39
2.8. Nyugalmi és mozgási indukció	39
2.8.1. Mozgási indukció	40
2.9. Önindukció, önindukciós tényező	40
2.10. Kölcsönös indukció, kölcsönös induktivitás	41
2.11. A mágneses tér energiája	42
2.12. Mágneses tér anyagban	42
2.12.1. Alkalmazási példák	43
2.12.1.1. Egyenes tekercs /szolenoid/	43
2.12.1.2. Deprez rendszerű műszer	43
2.12.1.3. Lágyvasas műszer	44
2.12.1.4. Elektrodinamikus műszer	45
3. Villamos tér	45

3.1.	Coulomb törvény	46
3.2.	Gauss - tétel	46
3.3.	A feszültség származtatása	47
3.4.	A kapacitás	47
4.	Villamos gépek	48
4.1.	Transzformátorok	48
4.1.1.	Egyfázisú transzformátorok	48
4.1.1.1.	Egy fázisú transzformátor szerkezete	49
4.1.1.2.	Helyettesítő kapcsolási vázlat	50
4.1.1.3.	Üresjárás	50
4.1.1.4.	Terhelés	51
4.1.1.5.	Rövidzárás	51
4.1.1.6.	Drop (százalékos rövidzárási feszültség)	52
4.1.2.	Háromfázisú transzformátorok	53
4.1.2.1.	Csillag-csillag kapcsolású transzformátor	53
4.1.2.2.	Háromszög kapcsolású transzformátorok	54
4.1.3.	Transzformátorok párhuzamos üzeme	54
4.1.4.	Párhuzamosan kapcsolt transzformátorok terheléseloszlása különböző drop esetén	54
4.1.5.	Különleges transzformátorok	55
4.1.5.1.	Takarékkapcsolású transzformátorok	55
4.1.5.2.	Mérőtranszformátorok	56
4.1.5.2.1.	Feszültségváltó	56
4.1.5.2.2.	Áramváltó	56
4.2.	Aszinkron gépek	57
4.2.1.	Szerkezet	57
4.2.2.	Működés (motor)	57
4.2.2.1.	Kalickás motor	58
4.2.2.2.	Forgó mágneses tér	59
4.2.2.3.	Szlip (csúszás)	60
4.2.2.4.	Teljesítmény viszonyok	61
4.2.2.5.	M-n jellgörbe	62
4.2.2.6.	Helyettesítő kép	62
4.2.2.7.	Kördiagram	62
4.2.2.8.	Indítás	63
4.2.2.8.1.	Kalickás motorok	63
4.2.2.8.2.	Csúszógyűrűs motorok	64
4.2.2.8.3.	Mélyhornyú és kétkalickás motorok	65
4.2.2.9.	Fordulatszám változtatás	65
4.2.2.9.1.	Szlip változtatása	65
4.2.2.9.2.	Pólusszám változtatása	66
4.2.2.9.3.	állórész-frekvencia változtatása	67
4.2.3.	Egyfázisú aszinkron motorok	67
4.2.4.	Segéd fázisú motorok	67
4.3.	Egyenáramú gépek	68
4.3.1.	Szerkezeti felépítés (motor, generátor)	68
4.3.2.	Működés	68
4.3.3.	Armatúrareakció	69
4.3.4.	Egyenáramú gépek osztályozása	71
4.3.4.1.	Külső gerjesztésű motor (párhuzamos is)	71
4.3.4.2.	Soros gerjesztésű motor	71
4.3.4.3.	Vegyes gerjesztésű motor	73
4.3.5.	Indítás	75
4.3.6.	Fékezés	76
4.3.7.	Egyenáramú generátorok	77
4.3.7.1.	Külső gerjesztésű generátor	78
4.3.7.2.	Párhuzamos gerjesztésű generátor (Jedlik Ányos: öngerjesztés elve)	80
4.3.7.3.	Vegyes gerjesztésű generátor	81
4.3.7.4.	Ward-Leonard hajtás	81
4.4.	Szinkrongépek	81
4.4.1.	Áramköri modell	82
4.4.2.	Generátor	82

4.4.3.	Motor	83
4.4.4.	Indítás	83
5.	Áramirányítók	83
5.1.	Egyenirányítók	84
5.1.1.	1F1U1Ü – 1 fázisú 1 utas 1 ütemű kapcsolás	85
5.1.2.	1F1U2Ü	86
5.1.3.	1F2U2Ü	86
5.1.4.	3F1U3Ü	87
5.1.5.	3F2U6Ü 3 fázisú hídkapcsolás (GRAETZ)	87
5.1.6.	Terhelések	87
5.1.6.1.	Akkumulátor típusú terhelés	88
5.1.6.2.	Induktivitás	88
6.	Teszt sor a középiskolában tanultak felelevenítésére	88

1. Hálózatok analízise

1.1. Egyenáramú hálózatok

1.1.1. Alapfogalmak:

– **Áramerősség:**

Jele: I.

Mértékegysége: Amper, pA, nA, μA, mA, A, kA

– **Feszültség:**

Jele: U.

Mértékegysége: Volt, mV, V, kV, MV

– **Teljesítmény :**

Jele: P.

A villamos teljesítmény a következő képletekkel számítható:

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Mértékegysége: Watt, nW, mW, W, kW, MW, GW

– **Ellenállás:**

Jele: R.

Az ellenállás a következő képletekkel számítható:

$$R = \frac{U}{I}$$

Mértékegységei: Ohm, mΩ, Ω, kΩ, MΩ, GΩ

$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$, ahol ρ = fajlagos ellenállás. Mértékegysége: $\left[\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \right]$

Az ellenállás hőmérsékletfüggő: $R_{(\vartheta)} = R_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_0)]$, ahol ϑ a hőmérséklet (C°, °K), α a hőmérsékleti tényező: $\pm \left(\frac{1}{\text{C}^\circ} \right)$

– **Vezetés:**

Jele: G.

Mértékegysége: S (Siemens)

A vezetés az ellenállás reciproka, tehát

$$G = \frac{1}{R}$$

1.1.2. Passzív és aktív elemek

Az egyenáramú hálózatok mind passzív elemeket (ellenállás), mind aktív elemeket (generátor) tartalmaznak.

1.1.2.1. Generátorok típusai

– **Feszültséggenerátorok:**

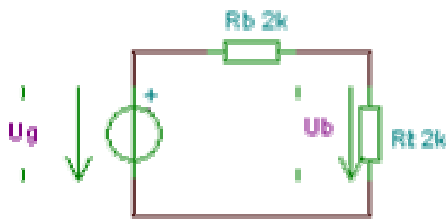
Jele:



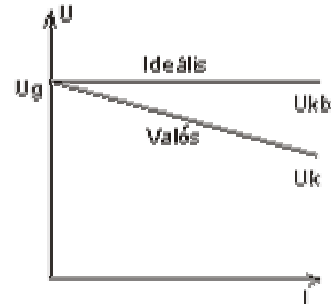
1. ábra

Megkülönböztetünk ideális és valós feszültséggenerátorokat.

Az ideális feszültséggenerátort a forrásfeszültséggel (U_g) jellemezhetjük. (A feszültségnyíl a pozitív sarktól a negatív felé mutat.) A valóságban a feszültséggenerátorok forrásfeszültsége nem állandó, ill. figyelembe kell vennünk még a generátor belső ellenállását is, nagyobb áram esetén ezen esik a feszültség.



2. ábra

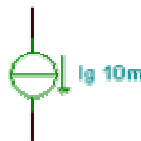


3. ábra

Áramkörünk akkor közelítene legjobban az ideálishoz, ha végtelen nagy áram folyna át végtelen kis R_t ellenálláson.

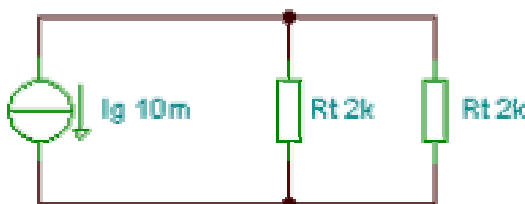
– **Áramgenerátorok:**

Jele:

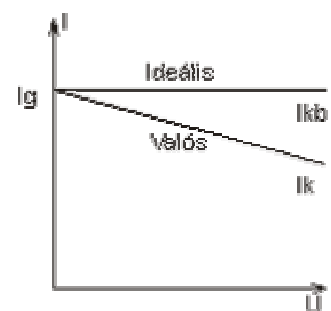


4. ábra

A feszültséggenerátorokhoz hasonlóan megkülönböztetünk valós és ideális áramgenerátorokat. A valós áramgenerátor forrásárama nem állandó, valamint modell készítésekor a belső ellenállást (R_b) is figyelembe kell venni.



5. ábra



6. ábra

1.1.3. Hálózatszámítási törvények, módszerek

1.1.3.1. Ohm törvénye

A feszültség, áramerősség és az ellenállás közötti összefüggést írja le.

Formái: $R = \frac{U}{I}, U = R \cdot I, I = \frac{U}{R}$.

1.1.3.2. Kirchhoff törvények

I. Csomóponti törvény: A csomópontba befolyó és kifolyó áramok összege 0.

$$\sum I_k = 0$$

II. Huroktörvény: Bármely hurokra a feszültségforrások algebrai összege 0.

$$\sum U_k = 0$$

Az egyenáramú hálózatokban fellépő jelenségek törvényszerűségeit a két Kirchhoff egyenlet írja le. Ezek szerint az áramok összege bármely csomópontra nulla, a feszültségek összege, pedig bármely hurokra nulla.

Az egyenlet felírása során minden áramhoz és feszültséghez előzetesen irányt rendelünk, az áram iránya megegyezik a pozitív töltések áramlási irányával, a feszültségek irány pedig a nagyobb potenciálú a kisebb potenciálú hely felé mutat. Amely mennyiség irányát nem ismerjük, arra önkényes referenciáirányt veszünk fel. Az ellenállás áramára és feszültségére azonos irányt szokás felvenni.

Az alábbi képlettel megkapjuk, hogy hány független hurok ill. csomópont egyenletét lehet felírni:

$$N_{\dot{a}} = N_h + N_{cs} - 1$$

Ahol $N_{\dot{a}}$ az ágak száma, N_h a hurkok száma és N_{cs} a csomópontok száma.

Az Ohm és Kirchhoff törvények az egyenáramú hálózatokat elegendően jellemzik és alkalmazásukkal minden egyenáramú hálózatszámítási feladat megoldható.

1.1.3.3. Ellenállásredukció

Ha több ellenálláson, melyek egy ágban helyezkednek el, ugyanaz az áram folyik keresztül, akkor sorba vannak kapcsolva és eredőjük az alábbi módon számíthatjuk:

$$R_s = \sum R_k$$

Párhuzamosan kapcsoltnak nevezzük az ellenállásokat, ha rajtuk ugyanaz a feszültség épül fel, ilyenkor végpontjuk egy-egy csomóponthoz kapcsolódnak, eredőjük az alábbi módon számítható:

$$\frac{1}{R_p} = \sum \frac{1}{R_n}$$

Két ellenállás esetén:

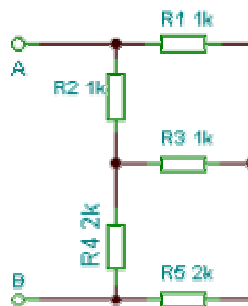
$$R_p = R_1 \times R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Több párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetében az összefüggés értelemszerűen alkalmazandó.

$$R_p = [(R_1 \times R_2) \times R_3] \times \dots \times R_n$$

Először egyszerre mindig csak két ellenállásra alkalmazzuk a repluszt, majd utána sorban a többiekre.

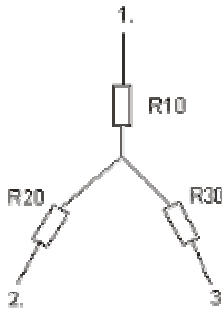
Példák:



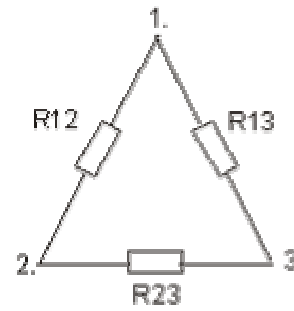
7. ábra

1.1.3.4. A Delta - Csillag átalakítás

Ezen áramkör eredőjének számítása nem megoldható soros és párhuzamos kapcsoláshoz használatos képletekkel, itt az ún. csillag - delta átalakításra van szükség.



8. ábra



9. ábra

A csillag - deltakapcsolás leggyakrabban az erősáramú hálózatokban fordul elő.

A két kapcsolás kölcsönösen átalakíthatók egymásba: a csillagkapcsolás deltakapcsolássá és viszont. A delta csillag átalakításakor úgy kell megválasztani a csillagkapcsolás R_{10} , R_{20} és R_{30} elemeit, hogy a hálózat többi része szempontjából egyenértékű legyen az R_{12} , R_{13} és R_{23} ellenállások alkotta deltakapcsolás, azaz bármelyik két kapocs között ugyanakkora legyen az ellenállás, miközben a harmadik kapcsot árammentesnek tekintjük. Ily módon az alábbi három egyenlethez jutunk:

$$\text{I. } R_{10} + R_{20} = R_{12} \times (R_{23} + R_{13}) = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$\text{II. } R_{20} + R_{30} = R_{23} \times (R_{13} + R_{12}) = \frac{R_{23}(R_{13} + R_{12})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$\text{III. } R_{10} + R_{30} = R_{13} \times (R_{12} + R_{23}) = \frac{R_{13}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Az első és a harmadik egyenlet összegéből a másodikat kivonva $2R_{10}$ értékének kifejezését kapjuk. Hasonlóan fejezhetjük ki a másik két csillagellenállást is.

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{DELTA}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{DELTA}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{DELTA}}$$

$$R_{delta} = R_{12} + R_{13} + R_{23}$$

1.1.3.5. A csillag- delta átalakítás

Hasonlóképpen számítható:

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{CSILLAG}}$$

$$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{CSILLAG}}$$

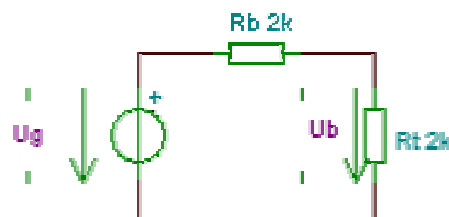
$$R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{CSILLAG}}$$

$$\frac{1}{R_{CSILLAG}} = \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}}$$

Az itt leírt módszerekkel tetszőleges elrendezésű ellenállás hálózat eredője bármelyik két pólusára nézve meghatározható.

1.1.3.6. Áramosztó, feszültségosztó képlet

– Feszültségosztó



10. ábra

Két sorba kapcsolt ellenállás részfeszültségei a feszültségosztó képlettel számíthatók:

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

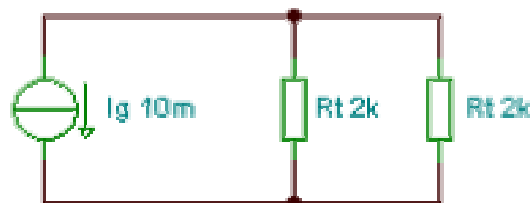
és

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Illetve általános alakban:

$$U_k = U \cdot \frac{R_k}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

– Áramosztó



11. ábra

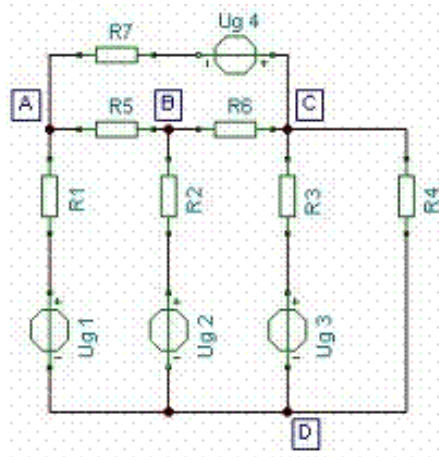
Két párhuzamosan kötött ellenállás részáramai a következő képlettel számíthatók:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 = I - I_2 \Rightarrow R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2$$

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{R_{EREDŐ}(\text{kivéve } R_1)}{R_1 + R_{EREDŐ}} I$$

1.1.3.7. Csomóponti potenciálok módszere /CsPM/



12. ábra

Ágak száma: 7

Csomópontok száma: 4 (D-be 4 vezeték fut be!)

Hurkok száma: 4

$$\text{Ág} = N_h + N_{cs} - 1$$

$U_A; U_B; U_C; U_D;$

$U_D=0!!!$

Az egyenleteket felírva a csomópontokra:

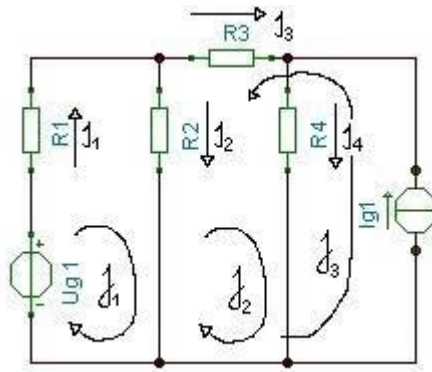
$$A: \frac{U_A - U_{g1}}{R_1} + \frac{U_A + U_{g4} - U_C}{R_7} + \frac{U_A - U_B}{R_5} = 0$$

$$B: \frac{U_B - U_{g2}}{R_2} + \frac{U_B - U_A}{R_5} + \frac{U_B - U_C}{R_6} = 0$$

$$C: \frac{U_C - U_{g3}}{R_3} + \frac{U_C}{R_4} + \frac{U_C - U_{g4} - U_A}{R_1} + \frac{U_C - U_B}{R_6} = 0$$

$$\text{Ha } R_1 = 0 \Rightarrow U_A = U_{g1}$$

1.1.3.8. Hurokáramok módszere /HÁM/

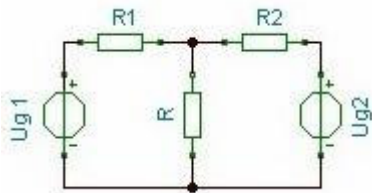


13. ábra

$$\begin{aligned}
 I_1 &= J_1 \\
 I_2 &= J_1 - J_2 + J_3 \\
 I_3 &= J_2 - J_3 \\
 I_4 &= J_2 \\
 I_{g1} &= J_3 \\
 -U_{g1} + R_1 J_1 + R_2 (J_1 - J_2 + J_3) &= 0 \\
 R_2 (-J_1 + J_2 - J_3) + R_4 J_2 &= 0 \\
 J_3 &= I_{g1}
 \end{aligned}$$

1.1.3.9. Szuperpozíció

A szuperpozíció olyan eljárás, amelynek során a hatásokat egyenként határozzuk meg, majd ezek eredőjét képezzük.

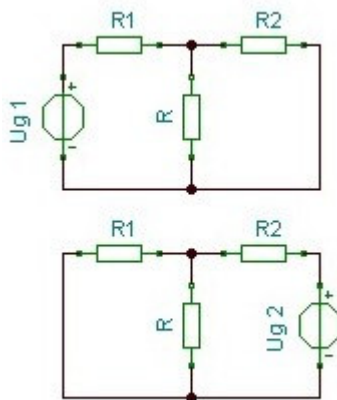


14. ábra



15. ábra

Feltétel: csak lineáris elemekből állhat a hálózat



16. ábra

$$I'_R = I'_1 \cdot \frac{R_2}{R + R_2}$$

$$I''_R = I''_2 \cdot \frac{R_1}{R + R_1}$$

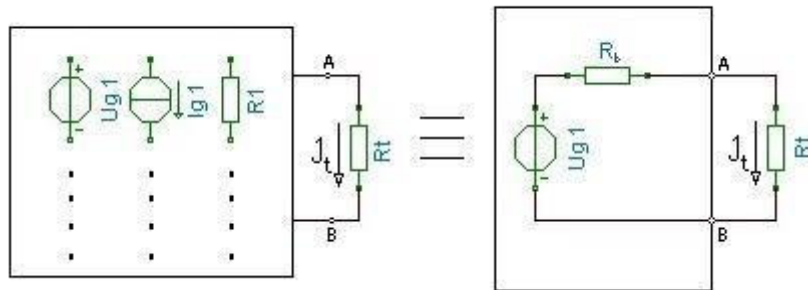
$$I'_{R2} = \frac{U_{g1}}{R_1 + R \times R_2}$$

$$I''_{R2} = \frac{U_{g2}}{R_2 + R \times R_1}$$

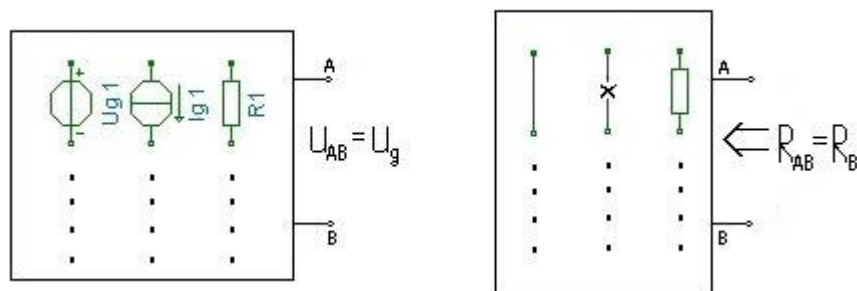
1.1.4. Helyettesítő generátorok tétele

1.1.4.1. Thevenin-tétel

A feszültséggenerátoros vagy Thevenin-féle helyettesítő képet akkor alkalmazzuk, ha a terhelő ellenállás jóval nagyobb a belső ellenállásnál. A gyakorlatban ezzel találkozhatunk gyakrabban.



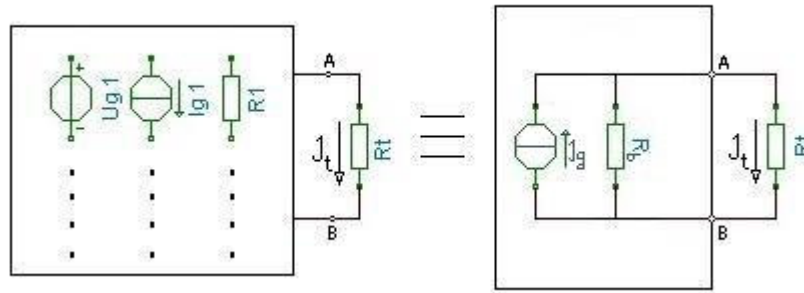
17. ábra



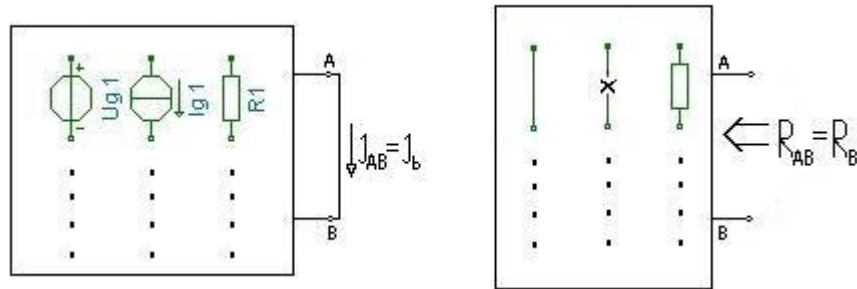
18. ábra

1.1.4.2. Norton-tétel

Áramgenerátoros vagy Norton féle helyettesítőképet használunk akkor, ha a terhelő ellenállás sokkal kisebb, mint a belső ellenállás.



19. ábra

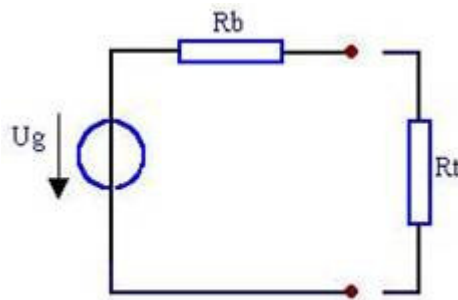


20. ábra

1.1.5. Kétpólusok teljesítménye és hatásfoka

1.1.5.1. Illesztések

A valóságos feszültség- és áramforrások belső ellenállása a terhelő ellenálláshoz képest nem mindig elhanyagolható. A valóságos aktív kétpólusok által szolgáltatott teljesítménynek csak egy része használható a terhelésen, más része a belső ellenálláson vesz el. Tekintsük az ábra szerinti egyszerű áramkört. Thevenin tétele értelmében minden hálózat ilyen, tehát e hálózaton nyert eredményeink általános érvényűek.



21. ábra

A körben folyó áram:

$$I = \frac{U_g}{R_b + R_t}$$

És a terhelésre jutó teljesítmény:

$$P = I^2 \cdot R_t = U_g^2 \cdot \frac{R_t}{(R_b + R_t)^2}$$

Az aktív kétpólus hatásfoka:

$$\eta = \frac{P_{\text{hasznos}}}{P_{\text{hasznos}} + P_{\text{veszteség}}} = \frac{I^2 \cdot R_t}{I^2 (R_b + R_t)} = \frac{R_t}{R_b + R_t}$$

Vizsgáljuk meg, hogy mi a feltétele annak, hogy az aktív kétpólus a legnagyobb teljesítményt szolgáltatja, tehát keressük meg a $P=f(R_t)$ függvény maximumát. A függvény szélső értéke ott van, ahol:

$$\frac{dP}{dR_t} = U_g^2 \cdot \frac{(R_b + R_t) - 2(R_b + R_t) \cdot R_t}{(R_b + R_t)^4} = 0$$

Vagyis ahol:

$$(R_b + R_t)^2 = 2 \cdot (R_b + R_t) \cdot R_t$$

Illetve:

$$R_b + R_t = 2 \cdot R_t$$

Azaz:

$$R_t = R_b$$

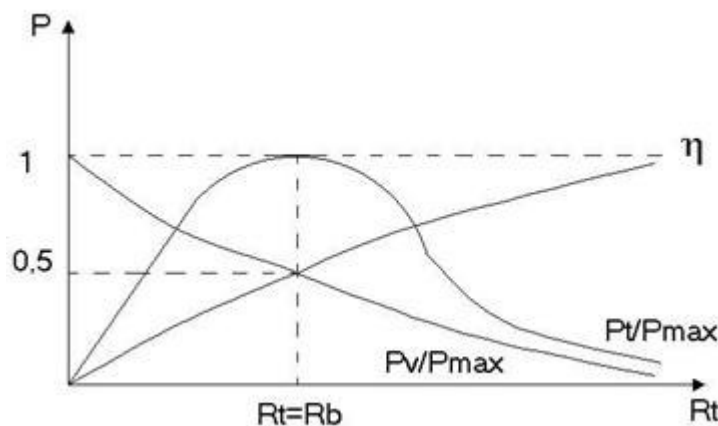
Ez az egyetlen szélsőérték hely. a $P = f(R_t)$ folytonos függvény $0 \leq R_t < \infty$ intervallumában. Az intervallum $R_t = 0$ és $R_t = \infty$ határain $P = 0$, minden más R_t értéknél pozitív, amiből következik, hogy a szélsőérték maximum. A legnagyobb teljesítmény tehát:

$$P_{\text{max}} = \frac{U_g^2}{4R_b}$$

És a hatásfok:

$$\eta = \frac{R_b}{2R_b} = 0,5$$

Az ábra az aktív kétpólus teljesítményét, veszteségét és hatásfokát mutatja a terhelés függvényében.



22. ábra

1.2. Váltakozó áramú hálózatok

1.2.1. Szinuszos áramú hálózatok

Ebben a fejezetben a hálózatszámítás legfontosabb problémakörét tárgyaljuk: az időben szinuszosan változó forrásfeszültségű ill. forrásáramú generátorok hatására létrejövő állandósult áramok és feszültségek számítását, amelyek ugyancsak szinuszos lefolyásúak.

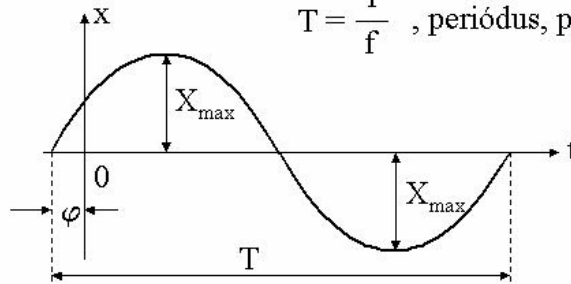
1.2.1.1. A szinuszos mennyiség leírása

Az időben állandó mennyiségeket nagy betűvel jelöljük, az időben változó mennyiségeket, pedig kis betűvel jelöljük.

$$x(t) = X_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

φ — fázisszög [rad]
 t — idő [s]
 ω — körfrekvencia [rad/s], [s⁻¹]
 X_{\max} — amplitúdó [V], [A]

$\omega = 2\pi f$, f = frekvencia, pl. 50 Hz (s⁻¹)
 $T = \frac{1}{f}$, periódus, pl. 20 ms



23. ábra

Az ábrán látható szinuszos jelet három adat jellemez: az amplitúdója \hat{U} , a periódusideje T és a kezdőfázisa φ . Például feszültség esetén matematikailag a következőképpen adhatjuk meg a szinuszos jelet:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi\right) [V]$$

A gyakorlatban a csúcserték helyett inkább az effektív értéket használják, amely szinuszos jel esetén:

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

A periódusidő reciproka a frekvencia:

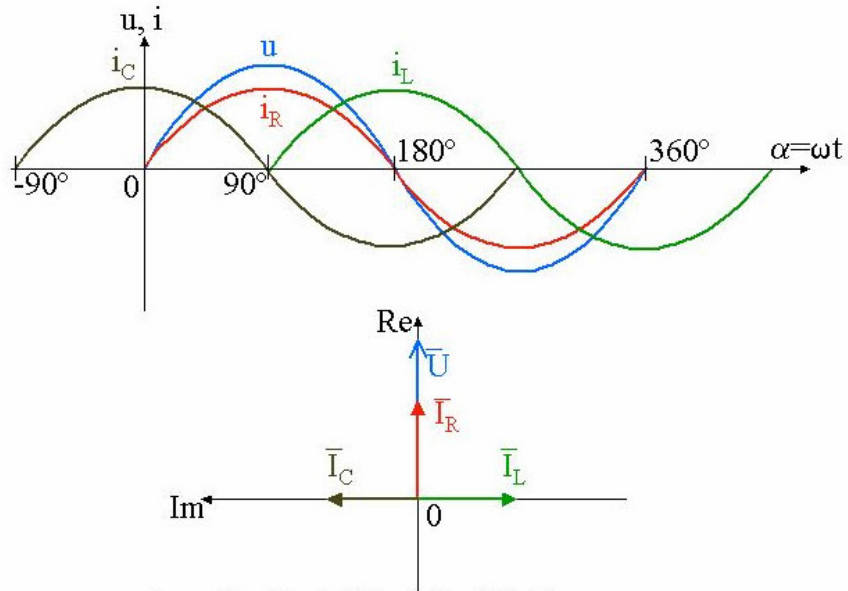
$$f = \frac{1}{T} [Hz]$$

Célszerű bevezetni az $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{rad}{s} \right]$ definícióval a körfrekvenciát, így a szinuszosan változó feszültséget a következő alakban is meg lehet adni:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

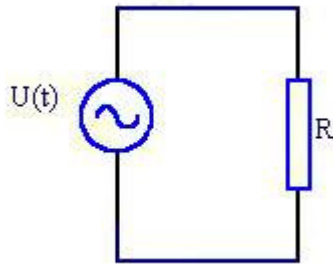
1.2.1.2. Egyszerű hálózatok

A szinuszos forrásfeszültségű generátorra kapcsoljunk rendre egy ellenállást, egy induktivitást és egy kondenzátort. A generátor feszültségét $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ alakban adjuk meg. Írjuk fel rendre a körben folyó áramokat:



24. ábra

– Ellenállás esetén:

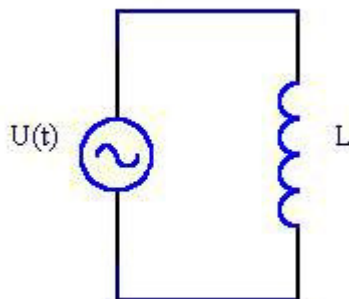


25. ábra

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

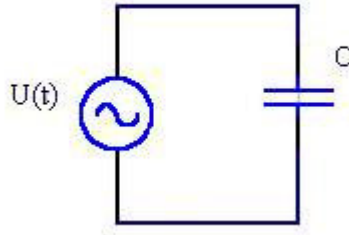
– Induktivitás esetén:



26. ábra

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u \cdot dt = \frac{\hat{U}}{L \cdot \omega} \cdot (-\cos \omega \cdot t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2})$$

– Kondenzátor esetén:



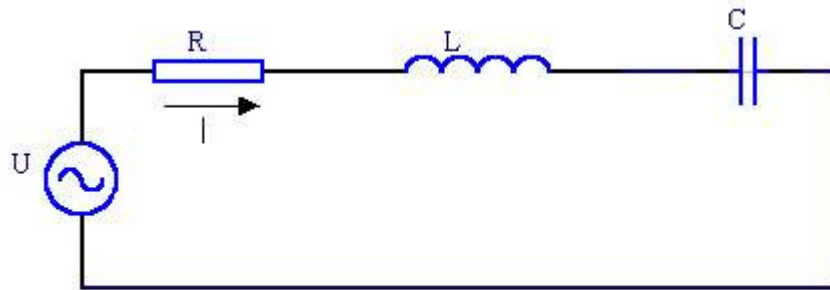
27. ábra

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du}{dt} = C \cdot \omega \cdot \hat{U} \cdot \cos \omega \cdot t = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

Tehát az ellenállás árama a feszültséggel fázisban van / $f = 0$ / , a kondenzátoré $\frac{\pi}{2}$ -vel siet

/ $f = \frac{\pi}{2}$ / , a tekercs pedig $\frac{\pi}{2}$ -vel késik / $f = -\frac{\pi}{2}$ / a feszültséghez képest.

A CIVIL szó segítségével ez az összefüggés könnyebben megjegyezhető.



28. ábra

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$u(t) = u_R + u_L + u_C = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

Könnyen belátható, hogy több ágat tartalmazó hálózat esetén a számítás egyre hosszadalmasabb és körülményesebb, ezért célszerűnek látszik más módszert választani a számításokhoz, amellyel könnyen és gyorsan kapunk szemléletes eredményt. Éppen ezért nagy jelentőségű a komplex algebrát felhasználó ún. szimbolikus módszer, amelyet a következő szakaszban ismertetünk.

1.2.1.3. Szinuszos mennyiségek komplex leírása

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm \sqrt{-1}$$

Ismeretes, hogy egy Z komplex szám algebrai ill. exponenciális alakja:

$$\bar{z} = x \pm jy = z \cdot e^{\pm j\varphi}$$

A két alak közti kapcsolatot az Euler-reláció adja meg:

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$$

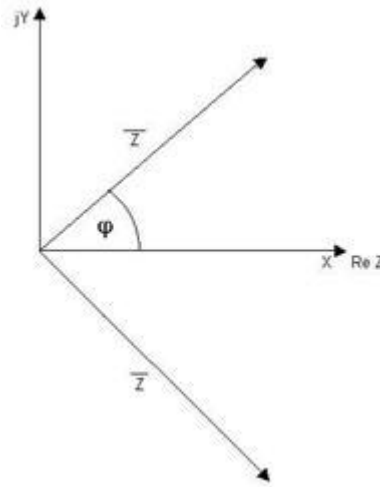
$$\text{Így } x = \text{Re} \cdot \bar{z} = z \cdot \cos \varphi$$

$$y = \text{Im} \cdot \bar{z} = z \cdot \sin \varphi$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

A komplex számot a komplex számsíkon vektorábrával szoktuk ábrázolni.



29. ábra

$$\bar{z} = x - jy = z(\cos \varphi - j \sin \varphi) = z \cdot e^{-j\varphi}$$

Komplex konjugált z^* : azonos abszolút értékű, de ellentétes előjelű a fázisszöge

$$\bar{z}^* = x - jy = z(\cos \varphi - j \sin \varphi) = z \cdot e^{-j\varphi}$$

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = (x_1 + jy_1) + (x_2 + jy_2) = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{z_1}{z_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = \frac{z_1}{z_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = z_1 \cdot z_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2)] = z_1 \cdot z_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Bevezetve az $\bar{u}_{(t)} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$ komplex időfüggvényt, segítségével megadhatunk egy szinuszosan változó mennyiséget is:

$$u = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \operatorname{Re} \bar{u}$$

Maga az \bar{u} komplex pillanatérték egy olyan vektor, amelynek hossza \hat{U} pillanatnyi szöge $(\omega \cdot t + \varphi)$, és ω szögsebességgel forog pozitív irányban. Az \bar{u} valós pillanatérték e körben forgó vektor vetülete a valós tengelyre.

Képezzük az $\bar{u}_{(t)}$ függvény deriváltját illetve integráltját:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = j \cdot \omega \cdot \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = j \cdot \omega \cdot \bar{u}$$

$$\int \bar{u} dt = \frac{1}{j} \cdot \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{j\omega} \cdot \bar{u}$$

azaz a deriválás $j\omega$ -val való szorzást, az integrálás $j\omega$ -val való osztást jelent.

Vezessük be a komplex csúcsérték és komplex effektív érték fogalmát a következőképpen:

$$\bar{\hat{U}} = \hat{U} \cdot e^{j\varphi}, \bar{U} = U \cdot e^{j\varphi} \text{ azaz } \bar{U} = \frac{\bar{\hat{U}}}{\sqrt{2}}$$

A szinuszos mennyiséget a komplex effektív értéknek vektorával ábrázoljuk.

1.2.1.4. Teljesítményszámítás, teljesítményillesztés

Az előző fejezetben már utaltunk arra, hogy az egyenáramú hálózatszámításnál megismert módszerek, tételek alkalmazhatóak a szinuszos áramú hálózatoknál is.

Egyedüli kivétel a teljesítményszámítás.

A feszültség és az áram pillanatnyi értékének szorzata a pillanatnyi teljesítmény.

A maximális teljesítmény kifejezése most is:

$$P = \frac{U_s^2}{4R_b}$$

– **Ohmos ellenállás:**

$$U_{(t)} = U \cdot j \sin \omega \cdot t$$

$$I_{(t)} = \frac{U}{R \cdot \sin \omega \cdot t} = I \cdot \sin \omega \cdot t$$

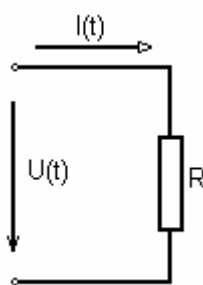
$$P_{(t)} = U_{(t)} \cdot I_{(t)} = U \cdot I \cdot j \sin \omega \cdot t = 2 \cdot U \cdot I \cdot \sin^2 \omega \cdot t$$

$$\sin^2 \omega \cdot t = \frac{1 - \cos 2\omega \cdot t}{2}$$

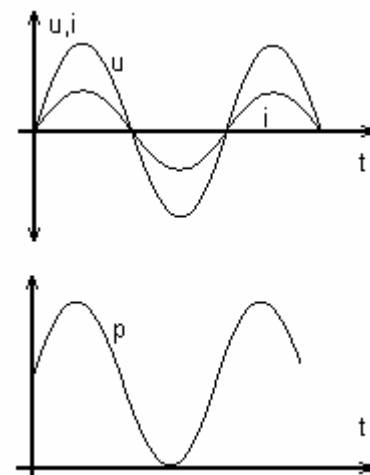
$$P_{(t)} = U \cdot I \cdot (1 - \cos 2\omega \cdot t) = P \cdot (1 - \cos 2\omega \cdot t)$$

$$P = \frac{1}{T} \int P_{(t)} dt$$

$$P = U_R \cdot I_R \text{ (hatásos teljesítmény)}$$



30. ábra



31. ábra

– **Induktív ellenállás:**

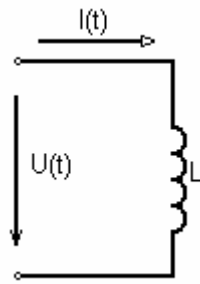
$$i_{(t)} = I \cdot j \sin \omega \cdot t$$

$$u_{(t)} = U \cdot \cos \omega \cdot t = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$P_{(t)} = u_{(t)} \cdot i_{(t)} = U \cdot \frac{\cos \omega \cdot t}{\sin \omega \cdot t} = 2P \cdot \sin \omega \cdot t \cdot \cos \omega \cdot t$$

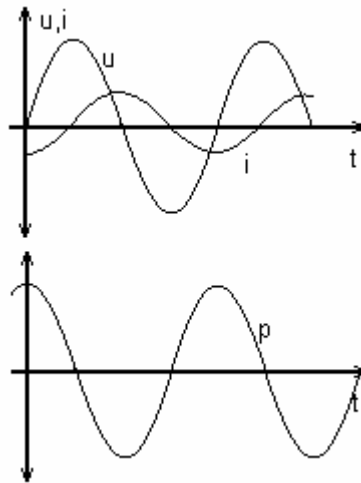
$$\sin x \cdot \cos x = \frac{\sin^2 x}{2}$$

$$P_{(t)} = U \cdot I \cdot \sin^2 \omega \cdot t$$



32. ábra

$$P = U_L \cdot I_L \text{ (meddő teljesítmény, munkát nem végez)}$$



33. ábra

– **Kapacitív ellenállás:**

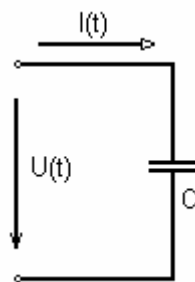
$$i_{(t)} = I \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$u_{(t)} = \frac{1}{C} \cdot \int i dt = -U \cos \omega \cdot t$$

$$P_{(t)} = u_{(t)} \cdot i_{(t)} = -U \cdot \cos \omega \cdot t \cdot I \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$P_{(t)} = -P \cdot \sin 2\omega \cdot t$$

$$P = -U_C \cdot I_C \text{ (meddő teljesítmény)}$$



34. ábra

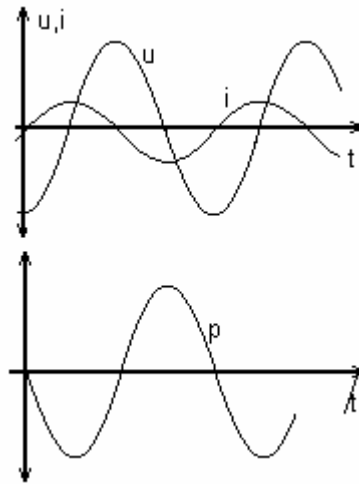
– **Teljesítményszámítás**

$$P_{(t)} = u_{(t)} \cdot i_{(t)}$$

$\cos \varphi$: teljesítménytényező

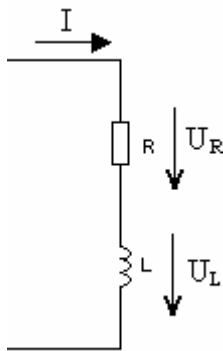
$S = U \cdot I$ (Látszólagos teljesítmény)

$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$

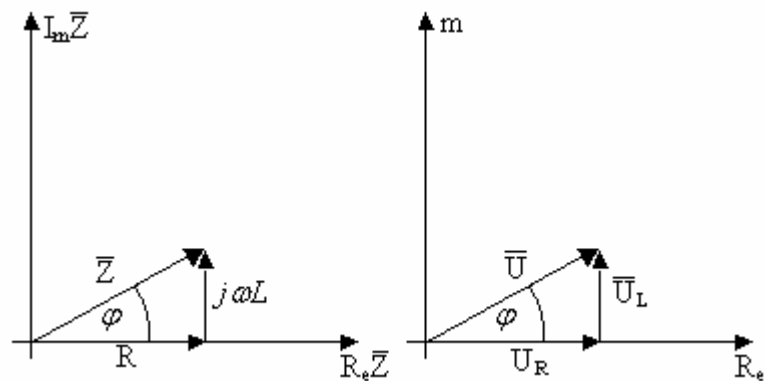


35. ábra

1.2.1.5. Az impedancia frekvenciafüggése



36. ábra



37. ábra

A gyakorlatban gyakran szükséges, hogy valamely passzív kétpólus impedanciájának frekvenciafüggését ismerjük. Például, ha egy erősítőt már illesztettünk úgy, hogy a teljesítmény maximális legyen, azt veszszük észre, hogy a lejátszott zene mégsem lesz az „igazi”. Ez azért van, mert az erősítőnk csak egy bizonyos frekvenciatartományban adja le a kívánt teljesítmény, a többi frekvenciatartományt kevésbé erősíti. Vizsgáljuk meg az alábbi ábrán látható soros **RL** kapcsolást.

Az impedancia komplex kifejezése:

$$\bar{Z} = R + j\omega L$$

Az impedancia abszolút értéke és fázisszöge:

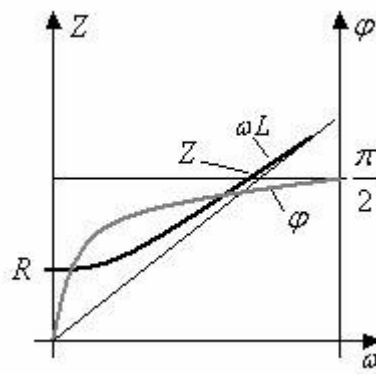
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$$

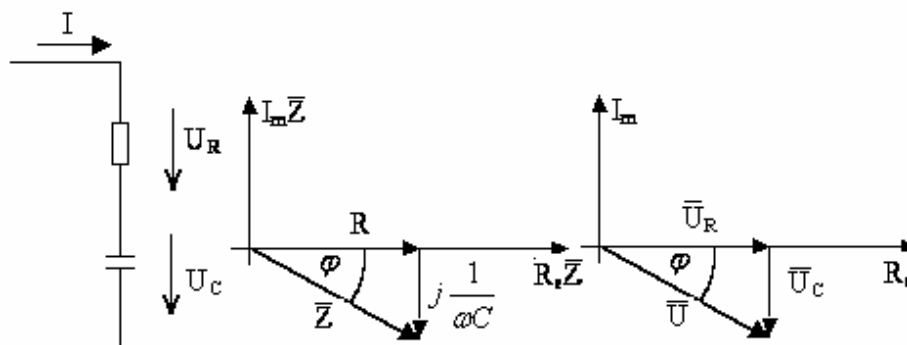
Vizsgáljuk meg $\omega = 0$ és $\omega \rightarrow \infty$ esetén ezen kifejezések

$$\begin{aligned} Z_{(\omega=0)} &= R & Z_{(\omega \rightarrow \infty)} &= \infty \\ \varphi_{(\omega=0)} &= 0 & \varphi_{(\omega \rightarrow \infty)} &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

A Z és φ változását ω függvényében az alábbi ábra mutatja.



38. ábra



39. ábra

Az előzőekhez hasonlóan vizsgáljuk meg a soros **RC** kör impedanciáját is.
Az impedanciára vonatkozó összefüggések:

$$\bar{Z} = R + \frac{1}{-j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C}$$

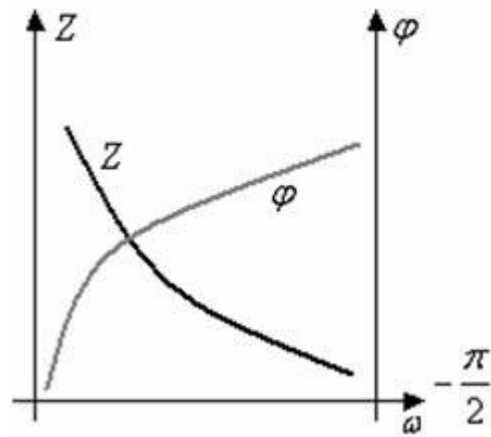
$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\omega RC}$$

$$Z_{(\omega=0)} \rightarrow \infty \qquad Z_{(\omega \rightarrow \infty)} = R$$

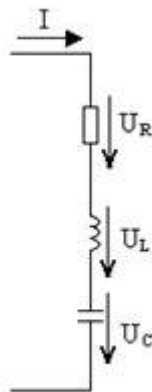
$$\varphi_{(\omega=0)} \rightarrow -\frac{\pi}{2} \qquad \varphi_{(\omega \rightarrow 0)} = 0$$

A megfelelő görbék az alábbi ábrán láthatók.



40. ábra

Vizsgáljunk meg most egy soros **RLC** kört.



41. ábra

Az előzőekhez hasonlóan írjuk fel a kör eredő impedanciáját.

$$\bar{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

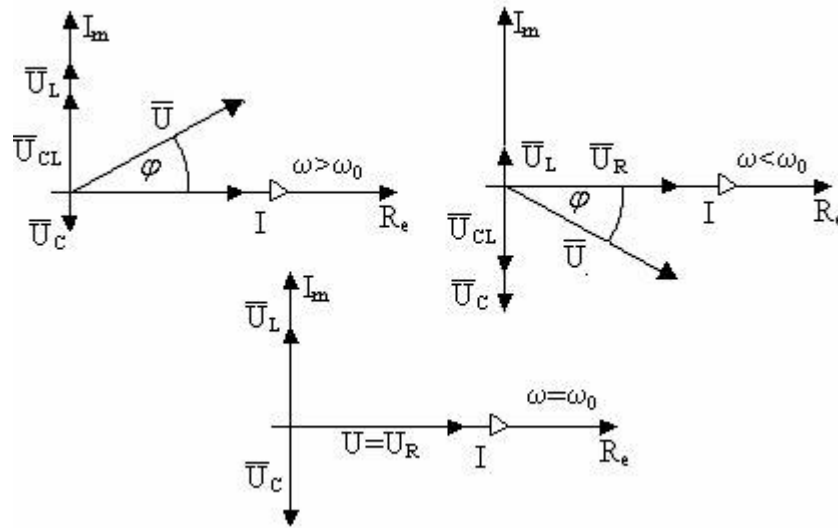
Az impedancia abszolút értéke és fázisszöge:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

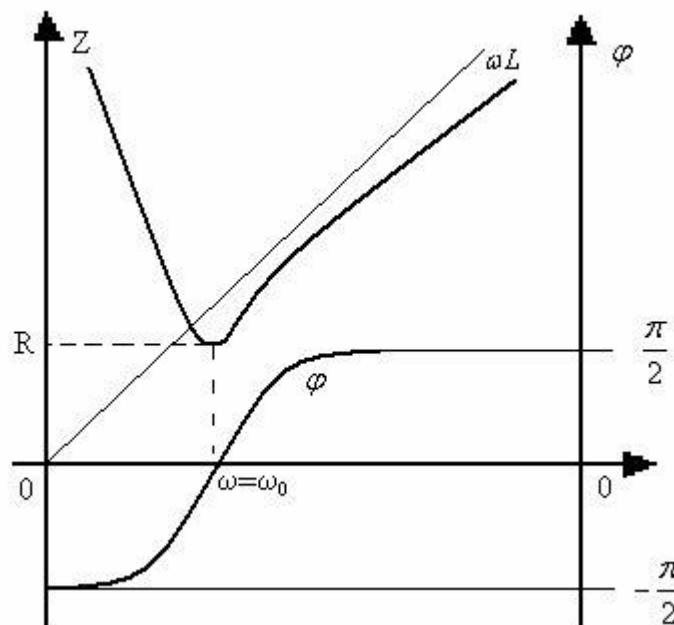
Igen jellegzetes az a frekvencia, ahol:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \text{ azaz } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



42. ábra

ahol ω_0 az úgynevezett rezonancia körfrekvencia. $\omega < \omega_0$ esetén a soros rezgőkör kapacitív jellegű, $\omega > \omega_0$ esetén pedig induktív jellegű, míg $\omega = \omega_0$ esetén tiszta ellenállásként viselkedik.



43. ábra

Az R ellenállás általában valamilyen veszteséget reprezentál, ez többnyire a tekercs vesztesége. A rezgőkör ideális esetben ($R=0$), akkor rezonancia esetén $Z_0 = 0$ lenne, vagyis tetszőlegesen kis feszültség hatására végtelen nagy áram lépne fel.

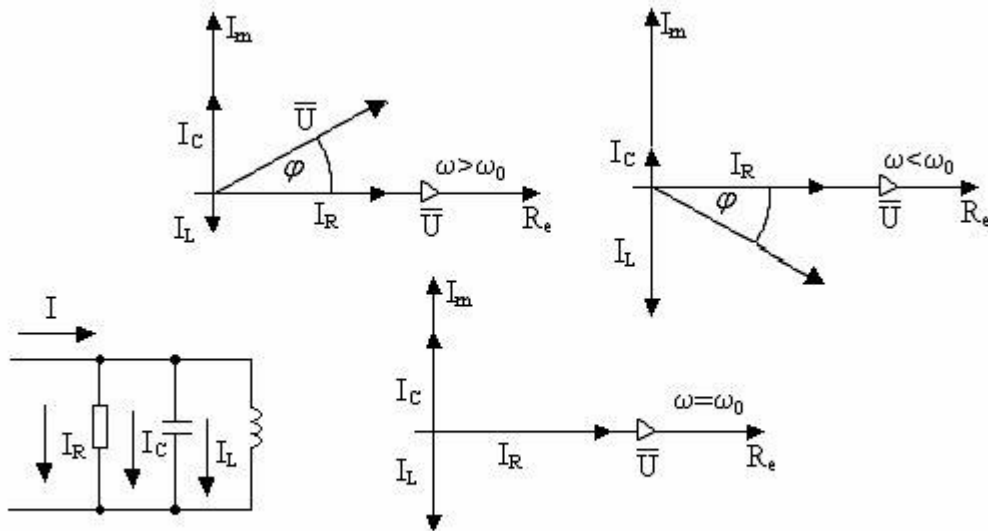
A valóságban mindig van veszteség (a tekercs Ohmos tagja miatt), de a kialakuló maximális áram így is jelentős lehet.

Az ideális állapot megközelítésére használjuk a Q_0 jósági tényezőt.

Definíciószerűen:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Q_0 annál nagyobb, minél kisebb az R értéke, vagyis minél jobb a rezgőkör.



44. ábra

A következő ábrán egy tiszta párhuzamos rezgőkör látható, illetve az áramok és feszültségek vektorábrái különböző frekvenciákon.

Ebben a kapcsolásban a viszonyok teljesen hasonlóak, mint a soros rezgőkör esetében, csak az impedancia és az admittancia, ill. a feszültség és áram szerepe cserélődik fel.

Az *admittancia*

$$\bar{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

ennek abszolút értéke és fázisszöge:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg\left(\omega CR - \frac{R}{\omega L}\right)$$

Az $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$ feltételből

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

az antirezonáns körfrekvencia.

A rezonancia jósági tényezőt az alábbi alakban célszerű definiálni:

$$Q_0 = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC$$

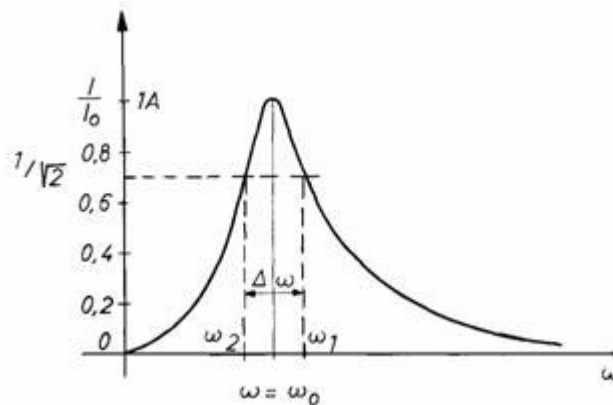
ez ismét annál nagyobb, minél jobb a rezgőkör.

A párhuzamos rezgőkör veszteségeit a tekercsel sorba kötött (valóságos tekercs belső ellenállása) ellenállással is figyelembe lehet venni. A rezgőkörök jóságát nemcsak a Q_0 jósági tényezővel, hanem $\Delta\omega$ sáv szélességgel is szokásos jellemezni. Ha $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, soros rezgőkör esetén az áramerősség és így a

veszteség is maximális. Legyen ω_1 és ω_2 az a két körfrekvencia, melyen a veszteség a felére csökken, vagyis az áramerősség a $\sqrt{2}$ -ed részére a maximálisnak. A sáv szélesség ekkor:

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

$$I_{(\omega_1)} = I_{(\omega_2)} = \frac{I}{\sqrt{2}} I_{\omega_0}$$



45. ábra

Az áram helyébe természetesen az impedancia is írható.

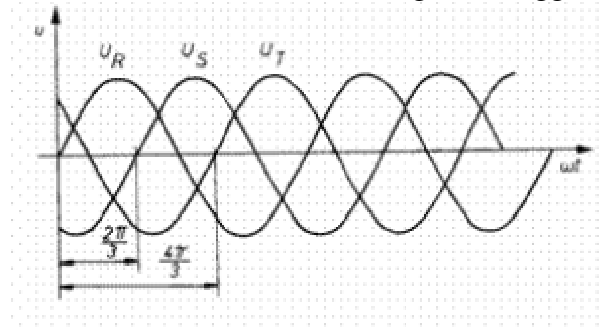
1.2.2. Háromfázisú hálózatok

A többfázisú rendszerek a váltakozó áramú hálózatok egy típusát képviselik. Gyakorlati fontosságuk indokolja külön tárgyalásukat. Az erőművekben a villamos energiát háromfázisú formában állítják elő, és így szállítják tovább a nagyfeszültségű hálózatok segítségével. A háromfázisú rendszer mellett használatos még a kétfázisú is (kisebb motorok), valamint a 6 és 12 fázisú (egyenirányítás), de ezek gyakorlati jelentősége jóval kisebb. A többfázisú rendszerekben egymáshoz képest eltérő fázisú, de azonos frekvenciájú váltakozó feszültségek és áramok mérhetők.

Szimmetrikus háromfázisú feszültséget elvileg, pl. az ábrán látható elrendezéssel állíthatunk elő.

Az egymáshoz képest 120°-os szögben elhelyezett, azonos amplitúdójú, de egymáshoz viszonyítva 120°-os fáziseltérésű feszültségek indukálódnak, ha a tekercsek közé helyezett mágnes, vagy a mágneses mezőben elhelyezett tekercsek állandó szögsebességgel forognak.

Az alábbi ábra mutatja a szimmetrikus háromfázisú feszültségek időfüggvényeit.



46. ábra

Ha feltételezzük, hogy a tekercsekben szinuszos lefolyású feszültségek indukálódnak, akkor időfüggvényeik rendre:

$$U_1 = U_M \cdot \sin \omega t$$

$$U_2 = U_M \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$U_3 = U_M \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

A komplex effektív értékek:

$$\bar{U}_1 = U$$

$$\bar{U}_2 = U \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\bar{U}_3 = U \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

A rövidebb írásmód kedvéért célszerű bevezetni a következő egységvektort.

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ ezzel a feszültségek így is felírhatók.}$$

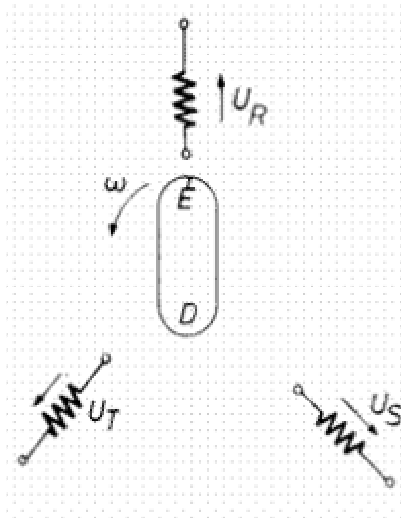
$$\bar{U}_1 = U$$

$$\bar{U}_2 = a^2 U$$

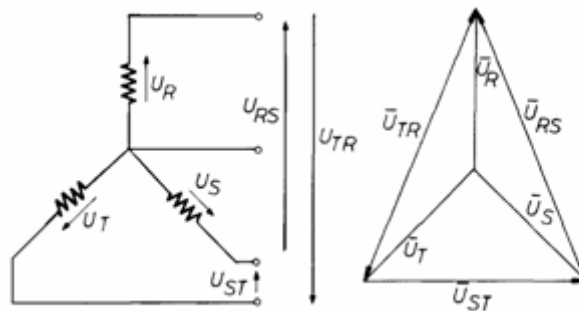
$$\bar{U}_3 = a U$$

Az a vektor tulajdonságából következik, hogy szimmetrikus esetben $\bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3 = 0$.

Háromfázisú feszültség előállítás:



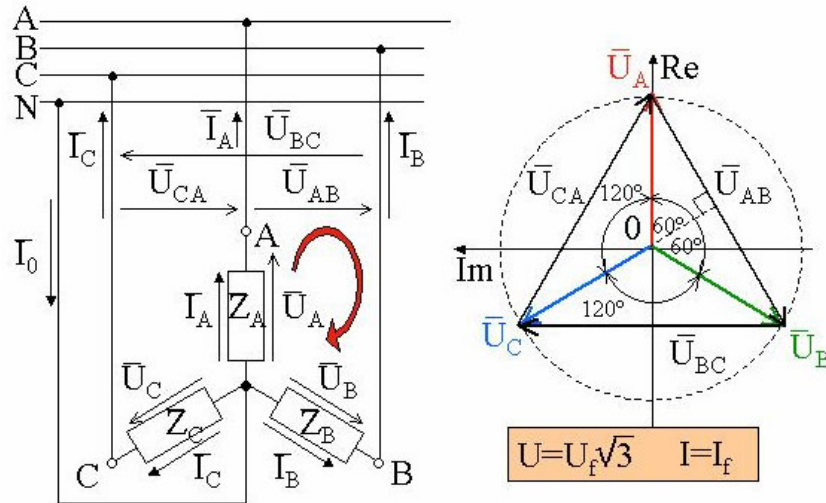
47. ábra



48. ábra

Az ábra tekercseit kétféleképpen szokás összekapcsolni. Az egyik esetben a tekercsnek az egyik végpontját kapcsoljuk össze, így jön létre az ún. csillag - kapcsolás.

1.2.2.1. Csillag – kapcsolás



49. ábra

A három tekercs közösítet pontja a csillagpont, melyet rendszerint földelnek, nulla potenciálúvá tesznek. A csillag - kapcsolású rendszerben a fogyasztókat is csillagba kapcsolják. A generátor energiáját négy vezetéken juttatjuk a fogyasztókhoz. A generátor és a fogyasztók csillagpontját összekötő vezeték a nulla vezeték. A generátor fázistekercseinek másik kivezetéseit a fogyasztókkal kapcsolják össze. A fázisvezetékek és a nulla vezeték között mérhető a fázisfeszültségek:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_f.$$

Két fázisvezeték között a vonalfeszültség mérhető pl.: a fenti ábra a lapján.

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_1 - \bar{U}_2$$

$$\bar{U}_{23} = \bar{U}_2 - \bar{U}_3$$

$$\bar{U}_{31} = \bar{U}_3 - \bar{U}_1$$

A vonalfeszültségek hasonlóan a fázisfeszültségekhez – egymáshoz képest 120° -os fáziseltérésben vannak. Amplitúdójuk, ill. effektív értékük azonos. Az ábra alapján belátható, hogy:

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_v = \sqrt{3} \cdot U_f.$$

Az ábra alapján az is látható, hogy csillag - kapcsolás esetén a vezetékeken ugyanaz az áram folyik, mint a fázisokban, azaz a vonaláramok megegyeznek a fázisáramokkal.

Ha a csillag - kapcsolású fogyasztó aszimmetrikus és a nulla vezetéknek számottevő ellenállása van (esetleg elszakad), a terhelés csillagpontja s a generátor csillagpontja között feszültség mérhető. Ez az ún. csillagpont eltolódás jelensége. A csillagpont eltolódásának komplex feszültségét Millmann tételével határozhatjuk meg.

$$\bar{U}_0 = \frac{\bar{Y}_1 \bar{U}_a + \bar{Y}_2 \bar{U}_b + \bar{Y}_3 \bar{U}_c}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_0}, \text{ ahol } \bar{Y} \text{ érték a terhelő admittanciák, } \bar{Y}_0 \text{ a nulla vezeték admittanciája és } \bar{U}$$

érték a generátoroldali szimmetrikus fázisfeszültségek.

A terhelő admittanciák feszültségei az alábbiak szerint határozhatók meg:

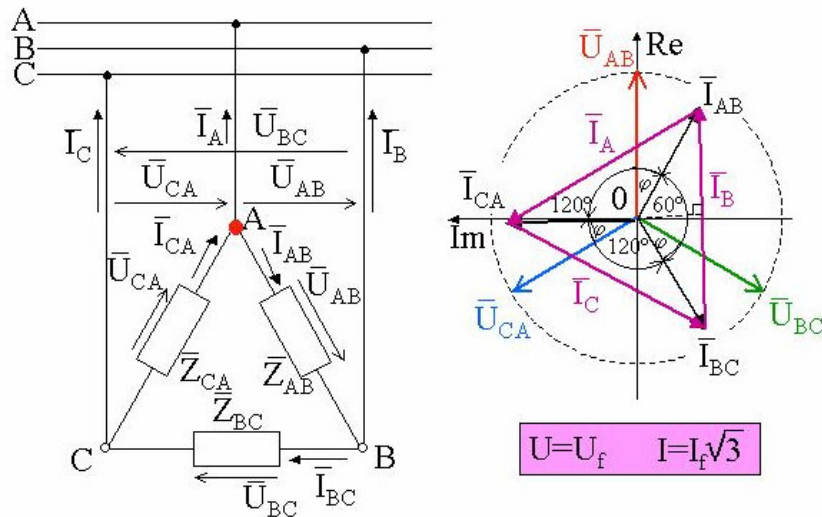
$$\bar{U}_1 = \bar{U}_a - \bar{U}_0$$

$$\bar{U}_2 = \bar{U}_b - \bar{U}_0$$

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_c - \bar{U}_0$$

1.2.2.2. Delta - kapcsolás

A három tekercs másik gyakori kapcsolási módja az ún. háromszög - vagy delta - kapcsolás.



50. ábra

Ebben a kapcsolásban a fázisfeszültségek egyben a vonalfeszültséget is adják: $U_v = U_f$.

A csillag - kapcsolás vektorábrája a delta - kapcsolásra is igaz, ha a feszültségek helyére áramokat írunk. Ebből az analógiából következik, hogy szimmetrikus áramrendszer esetén, amikor $I_1 = I_2 = I_3 = I_f$ és $I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_v$. A vonali áramok és fázisáramok kapcsolata $I_v = \sqrt{3} \cdot I_f$, ahol a vonali áramokat az

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_1 - \bar{I}_2$$

$$\bar{I}_{23} = \bar{I}_2 - \bar{I}_3$$

$$\bar{I}_{31} = \bar{I}_3 - \bar{I}_1$$

összefüggésekből határozhatjuk meg.

$\Sigma P = P_1 + P_2 + P_3$, ahol $P_1 = U \cdot I_1 \cdot \cos \varphi$; P_1 az 1. fázis hatásos teljesítménye. Szimmetrikus esetben delta és csillag kapcsolás esetén egyaránt a fázis teljesítmények egyenlők, így

$\Sigma P = 3P_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$, ill. vonali mennyiségekre átvérve $\Sigma P = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi$. Hasonló eredményt kapunk a meddőteljesítményekre is: $\Sigma Q = 3Q_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \sin \varphi$, ill. a látszólagos teljesítményre $\Sigma S = 3S_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v$. Ha a fogyasztó impedanciák nem egyenlők, vagy

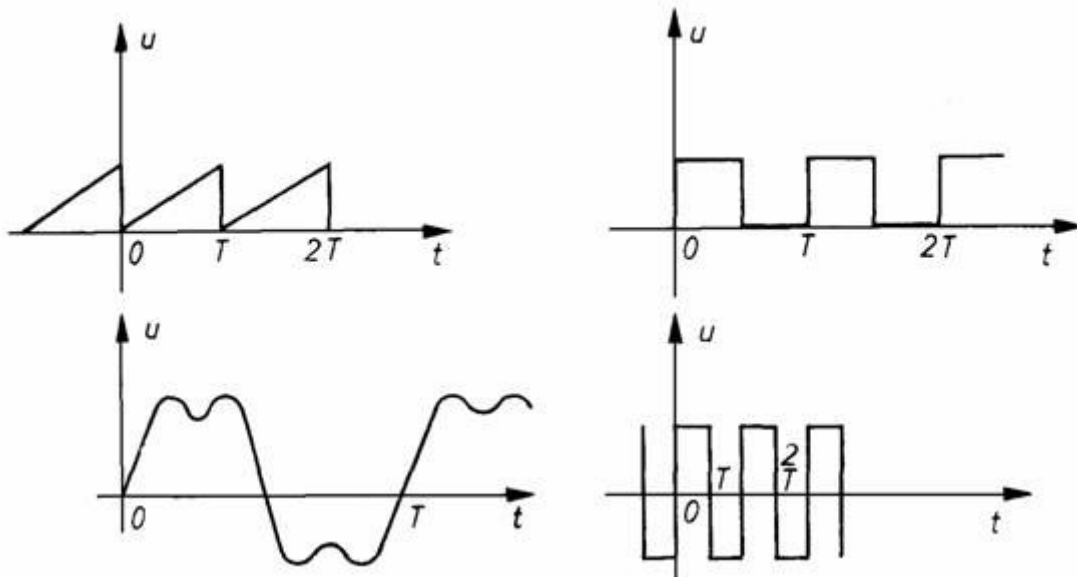
ha a generátor fázisfeszültségei nem alkotnak szimmetrikus rendszert, a háromfázisú rendszer aszimmetrikussá válik. Ilyenkor a teljes rendszert kell vizsgálni. Teljesen általános aszimmetrikus feszültségrendszer esetén az ún. szimmetrikus összetevők módszerével több aszimmetrikus feszültségrendszerre bontjuk szét az aszimmetrikus rendszert, és ezzel számolunk tovább.

1.2.3. Periodikus áramú hálózatok

Az előző fejezetben a periodikus jelek legegyszerűbb és leggyakrabban előforduló típusával, a szinuszosan változó mennyiségekkel foglalkoztunk. Szinuszos jelet állítanak elő az erőművi generátorok és szinuszos folyamatok vizsgálatára vezethető vissza az általánosabb periodikus folyamatok vizsgálata is. Általánosabb periodikus változású forrásmennyiség esetén az áramok és feszültségek ugyancsak periodikusak lesznek állandósult állapotban, és periódusidejük megegyezik a forrásmennyiség periódusidejével, de alakjuk nem egyezik meg a forrásmennyiségével. Következik ez abból, hogy szinuszos jel deriváltja és integrálja is szinuszos, valamint különböző kezdőfázisú szinuszos mennyiségek összege ismét szinuszos mennyiség. Más függvények esetén (kivéve az exponenciális függvényt) ezek a megállapítások nem érvényesek.

Egy függvény periodikus, ha teljesül, hogy $f(t) = f(t+nT)$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Néhány, a gyakorlatban előforduló periodikus jelet mutat az ábra:



51. ábra

1.2.3.1. Középértékek

A periodikus jelenséget az egy periódusra értelmezett függvény jellemzi. Gyakorlati szempontból elegendő lehet néhány jellemző adat, így pl. a különböző középértékek megadása. Az alábbiakban ezeket foglaljuk össze áram esetén.

Az egyszerű középérték az egy periódusra vonatkozó átlag.

$$I_e = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i dt$$

I_a az abszolút középérték, amely az áram abszolút értékének egyszerű középértéke.

$$I_a = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |i| dt$$

A négyzetes középérték vagy effektív érték az egy periódusra vonatkozó négyzetes középérték:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt}$$

Két alapjellemző tényezőt szoktak definiálni. A k_f formatényező az effektív érték és az abszolút középérték hányadosa.

$$k_f = \frac{I}{I_a} \geq 1$$

, a k_M csúcstényező a csúcserő és az effektív érték hányadosa:

$$k_M = \frac{\hat{I}}{I} \geq 1$$

– Középértékek:

Egyszerű középérték:

$$U_e = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt$$

Abszolút középérték:

$$U_a = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u| dt$$

Négyzetes középérték vagy effektív érték a jel négyzetének a periódusátlagából vont négyzetgyök.

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2 dt}$$

– **Alakjellemező tényezők:**

Formatényező:

$$k_f = \frac{U}{U_a} \geq 1$$

Csúcs tényező:

$$k_M = \frac{\hat{U}}{U} \geq 1$$

Torzítási tényező:

$$k_d = \frac{I_1}{I}$$

Klirr - faktor:

$$k = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I}$$

Természetesen sem a középértékek, sem az alaktényezők nem határozzák meg a periodikus mennyiség lefolyását.

1.2.3.2. A periodikus jelek felbontása

A periodikus folyamatok vizsgálatának egy lehetséges módja az ún. Fourier - analízis. Legyen $f_{(t)}$ egy periodikus függvény, amelynek periódusideje T , a hozzá tartozó körfrekvencia ω . Az $f_{(t)}$ függvény végtelen tagszámú szinuszos és koszinuszos függvények összegével előállítható.

$f_{(t)} = F_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + \dots + B_1 \sin \omega t + \dots$, tömörebb formában:

$$f_{(t)} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t)$$

, ahol

$$F_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} dt$$

$$A_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} \cdot \cos k\omega t dt$$

$$B_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} \cdot \sin k\omega t dt$$

A Fourier - sor az alábbi formában is felírható:

$$F_{(t)} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

, ahol

$$F_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

$$\varphi_k = \arctg\left(-\frac{B_k}{A_k}\right)$$

A Fourier - analízis lehetővé teszi a periodikus áramú hálózatokkal kapcsolatban megismert technikával. A periodikus jelet szinuszos és koszinuszos összetevőkre bontva a szuperpozíció elv alapján történik a számítás. Ehhez ismerni kell a $k\omega$ frekvenciához tartozó impedanciákat. Ezeket a szokásos módon számít-

hatjuk, csak az induktivitások impedanciáját $jk\omega L$, a kondenzátorok impedanciáját pedig $\frac{1}{jk\omega C}$ alakban

kell helyettesítenünk.

A periodikus jelek hatásos teljesítménye egyenlő az egyes harmonikusok hatásos teljesítményének összegével.

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} U_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots$$

Definíciószerűen a meddő teljesítményre is hasonló összefüggés írható fel.

1.2.3.3. A műszerek indikációja

A műszerek kalibrálása: Szinuszos jel effektív értéke lágyvasas elektrodinamikus műszerek kitérése: a jel négyzetével arányos effektív értékre érzékenyek.

– Deprez - műszer (állandó mágneses)

= állásban: egyszerű középérték

~ állásban: abszolút középérték

Szinuszos esetben:

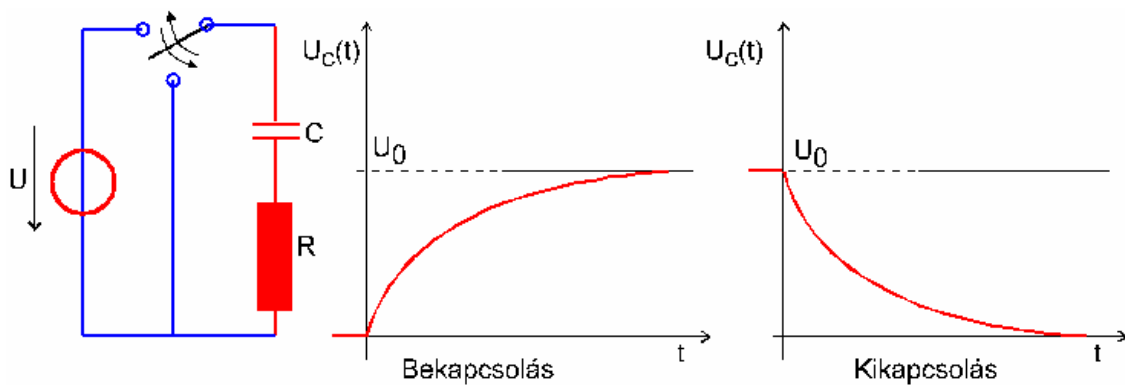
$$k_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$$

$$I_{\text{Deprez}} = k_f I_a$$

$$I_a = \frac{I_{\text{Deprez}}}{k_f} = 0,9 I_{\text{Deprez}}$$

1.3. Átmeneti jelenségek

1.3.1. Soros RC kör



52. ábra

– Bekapcsolás

$$U_R + U_C = U_g$$

$$R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i dt = U_g$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} = -\frac{i}{C}$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$$

Időállandó: $\tau = RC[s]$

$$\ln|i| = -\frac{t}{\tau} + K$$

$$i = e^{-\frac{t}{\tau} + K} = e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot e^K$$

Kezdeti feltétel: $t = 0, i = \frac{U_g}{R}$

$$\frac{U_g}{R} = e^K$$

$$i = \frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

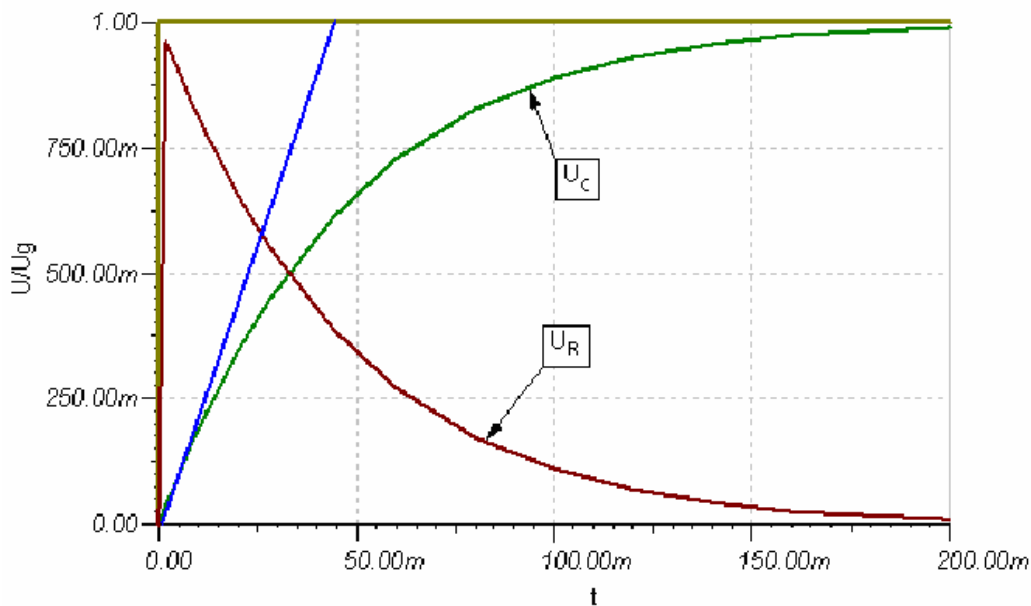
$$U_R = R \cdot i = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_C = \frac{1}{C} \cdot \int i dt = \frac{1}{C} \int \frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{1}{C} \cdot \frac{U_g}{R} \left[-\tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right]_0^t = \frac{U_g}{\tau} \left[-\tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau \right]$$

$$U_C = U_g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$t = \tau \Rightarrow U_C = U_g \cdot (1 - e^{-1}) \approx 0,63U_g$$

$$U_C \approx 0,99U_g \Rightarrow t = 5\tau$$



53. ábra

– Kikapcsolás

$$U_R + U_C = 0$$

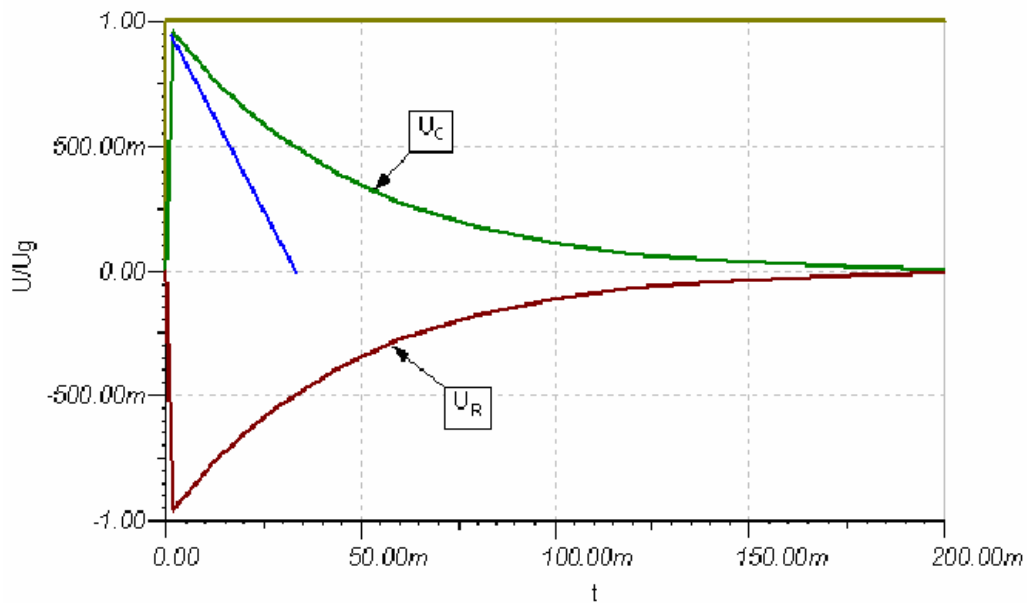
$$R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i dt = 0 \quad / \frac{d}{dt}$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

$$i = -\frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

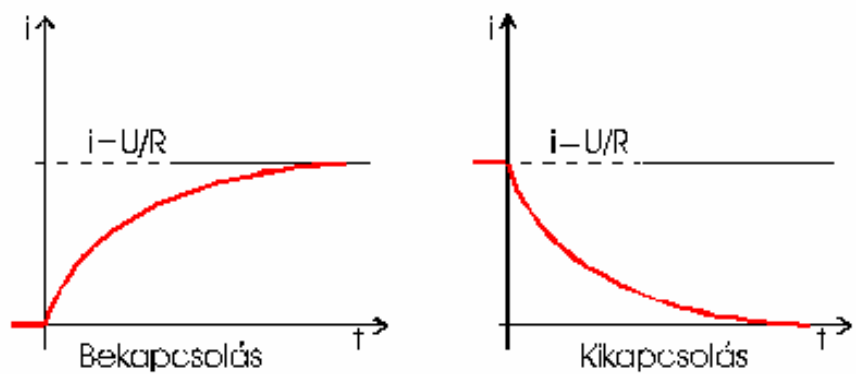
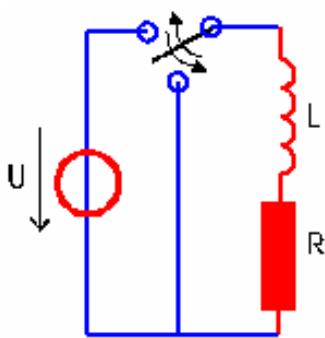
$$U_R = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_C = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



54. ábra

1.3.2. Soros RL kör



55. ábra

– Bekapcsolás

$$U_R + U_L = U_g$$

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} = U_g$$

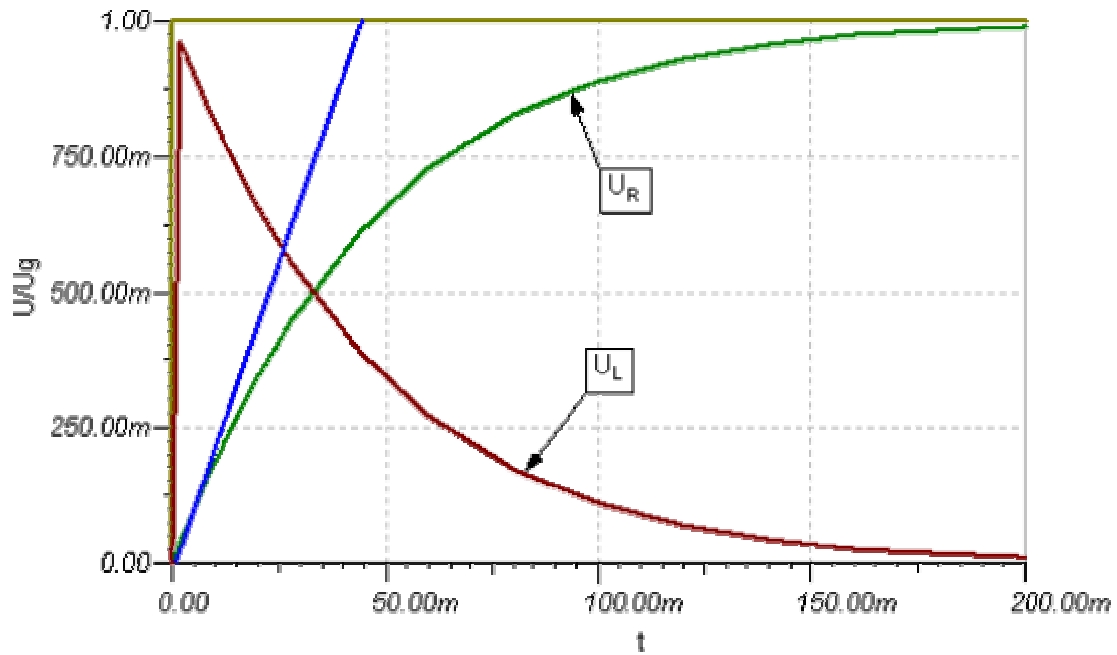
Kezdeti feltétel: $t = 0, i = 0$

$$i = \frac{U_g}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Időállandó: $\tau = \frac{L}{R} [s]$

$$U_R = U_g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$U_L = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



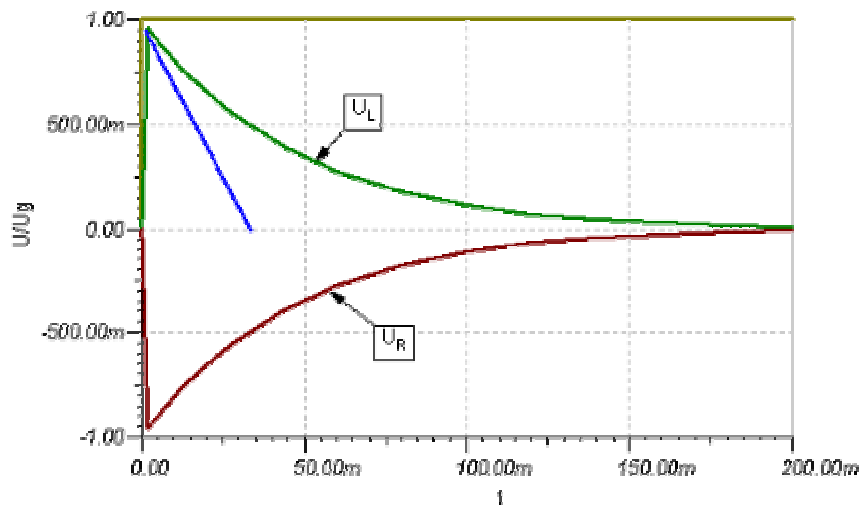
56. ábra

– Kikapcsolás

$$i = -\frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_R = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_L = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



57. ábra

Általában:

$$x_{(t)} = [x_{(0^+)} - x_{ss(0^+)}] \cdot e^{-\frac{t}{T}} + x_{ss(t)}$$

2. A mágneses tér

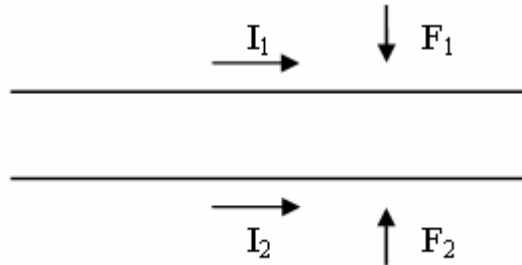
Az első fejezetben láttuk, hogy a villamos áramot minden esetben töltések áramlása hoz létre. Az áramnak különböző hatásai vannak:

- hőhatás - pl.: ellenálláson

- fényhatás - pl.: gáztöltésű kisülőcsőben (fénycső)
- kémiai - pl.: elektrolitba helyezett két fém-póluson kémiai jelenség játszódik le (akkumulátor töltése)
- mágneses - pl.: árammal átjárt vezető közelébe mágnesűt helyezve annak elmozdulását figyelhetjük meg.

A továbbiakban a gyakorlat szempontjából nagyon fontos mágneses hatással foglalkozunk.

2.1. Mágneses erő két párhuzamos áramvezető között



58. ábra

Ha két párhuzamos áramvezetőn I_1 ill. I_2 áram folyik, akkor a vezetők között taszítóerő lép fel (F_1 és F_2). Kísérletileg kimutatható, hogy ezen erők azonos nagyságúak. Vákuum környezet esetén ez az erő egy bizonyos l (m) hosszra vonatkoztatva fordítottan arányos a vezetők d (m) távolságával és arányos az I_1 (A) és I_2 (A) árammal és a vizsgált hosszal:

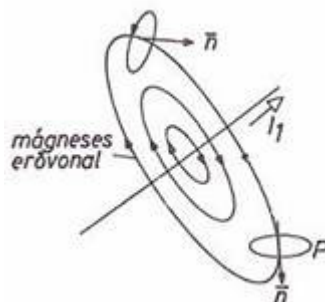
$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot l [N]$$

ahol μ_0 a vákuum permeabilitása, értéke:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

Mágneses jelenségek tárgyalásánál úgy gondolkozhatunk, hogy a vezetőben folyó áram kondicionálja a teret, azaz különleges, ún. mágneses állapotot hoz létre. Ezt az erőteret minőségileg a mágneses erővonalakkal, mennyiségileg a mágneses térerősség, a mágneses fluxus és a mágneses fluxussűrűség fogalmának bevezetésével írhatjuk le.

2.2. Az áram mágneses tere:



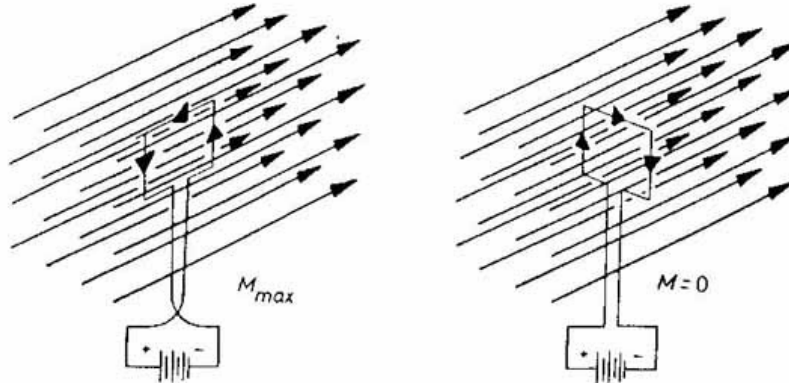
59. ábra

I_1 árammal átjárt hosszú egyenes vezető közelébe próbatekerccset helyezünk. A próbatekerccs egy I_k állandó egyenárammal átjárt kör alakú zárt vezetőhurok, amely kifeszített A_k felületen igen kicsi. A tekerccshez rendelt n normálisvektor a felületre merőleges, értelme a jobbszavar (jobb kéz) szabály szerint van az I_k áramhoz rendelve. Tapasztalat szerint a próbatekerccsre nyomaték hat. Ha a tekerccs a rögzített P középpontja körül elfordulhat, akkor a 35. ábrán is látható semleges helyzetet vesz fel, amelyben a normális n – el jelöltük és a rá ható nyomaték zérus. Ha a próbatekerccset mindig az n normális irányába mozgatjuk, akkor az általa leírt – jelen esetben koncentrikus kör – pályát mágneses erővonalnak nevezzük. Definíció szerint az erővonal iránya megegyezik a próbatekerccs normálisának irányával. Az erővonalak irányítása

és az I_1 áram iránya között a jobb kéz szabály teremt kapcsolatot. Az erővonalak alakja I_1 -tol független és önmagukban zártak.

2.3. A mágneses fluxussűrűség (mágneses indukció)

A mágneses térbe helyezett próbatekerceset P középpontja körül természetes helyzetéből elforgatva a 90° -os helyzetben kapjuk a legnagyobb nyomatékot, amely arányos a próbatekerces áramával és feszültségével.



60. ábra

Az arányossági tényező neve mágneses indukció:

$$B_p = \frac{M_{\max}}{I_k \cdot A_k} = \text{áll.}$$

Ezzel a kifejezéssel csak a mágneses tér egy adott P pontjának környezetére jellemző átlagos indukció értékét kapjuk meg. A P pont mágneses állapotát jellemző érték:

$$B = \lim_{A_k \rightarrow 0} \frac{M_{\max}}{I_k \cdot A_k} \left[\frac{Vs}{m^2} = T \right]$$

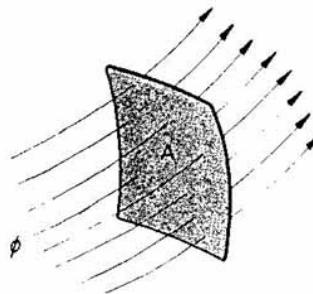
Definíciószerűen az indukció iránya megegyezik a próbatekerces normálisának természetes helyzetben felvett irányával:

$$\vec{B} = \vec{n} \times \vec{B}$$

Az indukcióvektor és az erővonalak között mennyiségi kapcsolatot is lehet definiálni (felületegységen merőlegesen áthaladó erővonalak száma).

2.4. A mágneses fluxus

Az A területű felületen merőlegesen áthaladó indukcióvonal számot mágneses fluxusnak vagy indukciófluxusnak, röviden egyszerűen csak fluxusnak nevezzük és Φ -vel jelöljük.

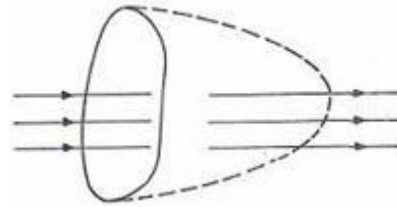


61. ábra

Definíció szerint a mágneses fluxus:

$$\Phi = \int_A B dA, [Vs = Wb]$$

vagyis számértéke arányos az adott felületen áthaladó összes mágneses erővonalak számával. Az A felületet egy zárt görbére tetszőlegesen illeszthetjük.



62. ábra

A mágneses erővonalak zártak, tehát zárt felületre vett integráljuk zérus:

$$\int_A \vec{B} d\vec{A} = 0$$

Ha a mágneses tér homogén, és dA és B párhuzamos, akkor

$$\Phi = B \cdot A$$

Ha a mágneses tér homogén, valamint dA és B merőleges egymásra, akkor

$$\Phi = B \cdot A = 0$$

2.5. A mágneses térerősség

Definíció szerint a mágneses térerősség:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

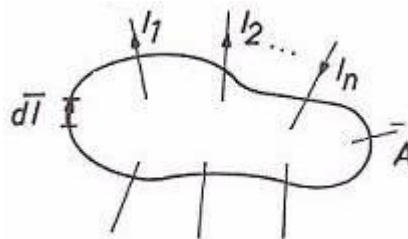
Ahol $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$, az anyagra jellemző abszolút permeabilitás ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$).

μ_r

- ≈ 1 para és diamágneses anyagok
- $\gg 1$ ferromágneses anyagok

A térerősség tehát B -vel egyirányú. A mágneses erővonalak a térerősség fogalmához is hozzárendelhető.

2.6. A gerjesztési törvény (Maxwell IV.)



63. ábra

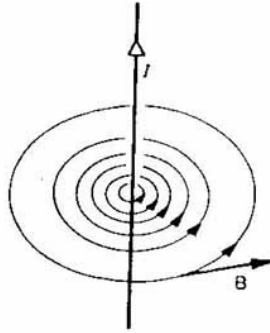
A gerjesztési törvény kísérletekkel igazolható, de matematikailag nehezen vezethető le. Tetszőleges zárt görbére illesztett A felületet I_1, I_2, \dots, I_n áramszálak döfik át. A gerjesztési törvény értelmében a mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő az áramok előjeles összegével.

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i = \Theta$$

A $\sum I_i = \Theta$ mennyiséget eredő gerjesztésnek hívjuk. Az eredő gerjesztés pozitív irányát és a körüljárási pozitív irányt (dl) a jobbkéz szabály kapcsolja össze.

Alkalmazzuk a gerjesztési törvényt egy végtelen hosszú egyenes vezető mágneses terének meghatározásához. Tapasztalat szerint a kialakuló tér hengersizmetrikus, vagyis a vezetőtől r távolságra B mindenütt ugyanakkora értékű és merőleges mind r , mind I irányára, azaz az erővonalak koncentrikus körök.

2.6.1. A végtelen hosszú egyenes vezető mágneses tere



64. ábra

A gerjesztési törvényt egy r sugarú körre felírva:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H dl \cdot \cos \varphi = H \cdot \oint_l dl = H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = I$$

amiből

$$H = \frac{I}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

vagy

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

2.7. Lorentz - féle erő

A B homogén mágneses térbe helyezett I árammal átjárt egyenes vezetőre erő hat, melyet a vezető l hosszúságú szakaszára az alábbi összefüggés alapján határozhatunk meg.

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

ahol l iránya I irányával megegyező. Ha l és B merőleges akkor $F = B \cdot I \cdot l$, ami az 2.1. fejezetben felírt képlettel azonos eredmény, hiszen I_2 áram által az I_1 áramot vezető huzalra, I_1 irányra merőlegesen ható indukció:

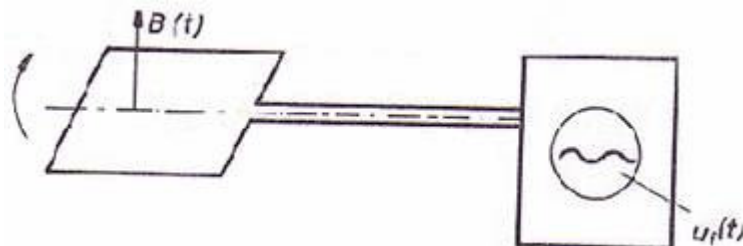
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

2.8. Nyugalmi és mozgási indukció

Az időben változó mágneses tér alapvető összefüggése a Faraday – féle indukció törvény. E szerint ha egy vezető által körülfogott mágneses fluxus az időben változik, akkor a vezető két vége között indukált feszültség lép fel.

$$u_{i(t)} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Az indukciótörvény ellenőrzésére sokféle kísérlet állítható össze. Vegyünk pl. egy nagy tekercset és ennek a mágneses terében helyezzünk el forgathatóan egy kis vezető keretet.



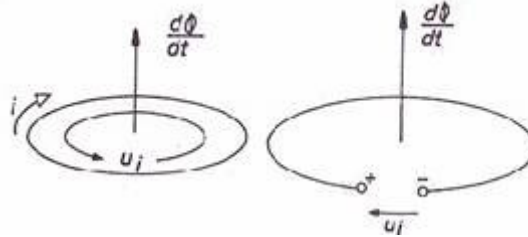
65. ábra

A keret két végét kapcsoljuk pl. oszcilloszkópra. A tekercs időben változó $u_{(t)}$ feszültséget kapcsolva vizsgáljuk a keretben fellépő $u_{i(t)}$ feszültséget. Ha $u_{(t)}$ koszinusz görbe szerint változik akkor $u_{i(t)}$ szinusz

görbe szerint változik. Ha a keretet elforgatjuk, a kapott jel alakja hasonló az előbbihez, értéke azonban megváltozik, mégpedig a keretnek B irányra merőleges síkra vett vetületével arányosan.

Az indukciótörvény megfogalmazásakor az egyenes mennyiségek iránya közti kapcsolatot is rögzítették.

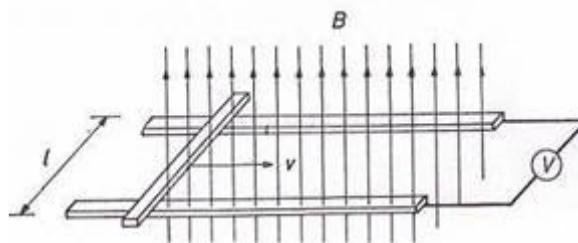
u_i és $\frac{d\Phi}{dt}$ iránya a jobbkéz szabályával van összerendelve. A képletben szereplő negatív előjel a Lenz törvényt fejezi ki: az indukált feszültség által létrehozott áram olyan irányú, hogy az indukált feszültséget létrehozó változást gátolja.



66. ábra

2.8.1. Mozgási indukció

$B =$ állandó indukciójú homogén mágneses térre merőlegesen helyezünk el két párhuzamos vezetőt.



67. ábra

A vezetők végére kapcsoljunk feszültségmérőt és a vezetők érintő és rájuk merőleges vezetődarabokat mozgassuk $v =$ állandó sebességgel. Azt tapasztaljuk, hogy a vezetők végén u_i feszültség lép fel, mely arányos a mozgás sebességével, az indukcióval és a vezetők távolságával

$$u_i = B \cdot l \cdot v$$

Ez a jelenség a mozgási indukció. A két párhuzamos, a mozgó vezető és a mérőműszer zárt kört alkot. Miközben a vezető mozog, a kör által bezárt fluxus változik. A mozgó vezető az időegység alatt $l \cdot v$ felületet súrol, a vezető által közbezárt fluxus dt idő alatt $d\Phi$ - vel változik (csökken):

$$-d\Phi = B \cdot l \cdot v \cdot dt, \text{ azaz}$$

$$-\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot l \cdot v = u_i$$

Formailag ugyanazt az egyenletet kaptuk, mint nyugalmi indukciónál. Nyugalmi indukciónál azonban a vezető és a fluxust létrehozó eszköz egymáshoz képest nyugalomban van és a fluxus változik az időben. A mozgási indukciónál pedig a vezető mozog, és az indukció jelensége akkor is észlelhető, ha a fluxus időben állandó. Nyugalmi indukció vezető nélkül is létrejön, mozgási indukcióhoz vezető jelenléte szükséges.

2.9. Önindukció, önindukciós tényező

A mágneses fluxus a

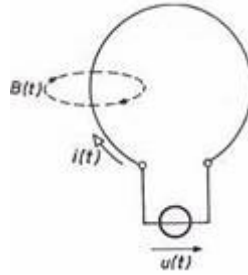
$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

definíció szerint egy A felületen áthaladó összes erővonalsszámmal, míg a felületegységen áthaladó erővonalsszám a gerjesztő árammal arányos.

$$\Psi = N \cdot \Phi = L \cdot i$$

Ahol az L arányossági tényezőt önindukciós tényezőnek nevezzük, mértékegysége a Henry /H/.

Vizsgáljuk meg egy vezetőhurokot, amelynek kapcsaira időben változó nagyságú feszültséget szolgáltatató generátort iktatunk.



68. ábra

A zárt áramkörben kialakuló $i(t)$ áram időben változó $B(t)$ mágneses teret, a vezetőkön belül változó fluxust hoz létre, a vezetőkön

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

nagyságú feszültséget indukál.

A jelenséget önindukciónak nevezzük. Az indukciós feszültség az előzőek alapján

$$u_i = -L \frac{di}{dt}$$

N menetszámú tekercs esetén a vezetőre kifeszített A összefüggő felületet a tekercsben folyó I áram által létesített B indukcióvonalak jelentős része N -szer dőfi át. Az A felülettel kapcsolódó fluxus az úgynevezett tekercsfluxus Ψ az egyes menetekkel kapcsolódó fluxusok algebrai összegeként számítható.

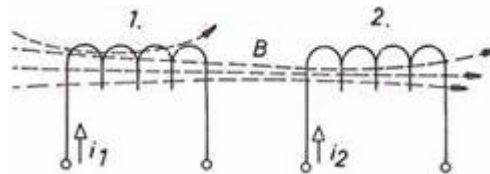
$$\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n$$

Az egyes menetekkel kapcsolódó fluxus közel azonos, így $\Psi = N \cdot \Phi$ a tekercs önindukciós tényezője.

Az indukált feszültség

$$u_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

2.10. Kölcsönös indukció, kölcsönös induktivitás



69. ábra

Az ábra szerinti elrendezésben $i_2 = 0$ és i_1 áram hatására létrejövő indukcióvonalak egy része a 2. tekercsen is áthalad. Az 1. tekercs i_1 árama által létrehozott fluxusnak a 2. tekercsel kapcsolódó része Φ_{12} arányos az i_1 árammal $\Phi_{12} = L_{12} \cdot i_1$, az L_{12} arányossági tényezőt kölcsönös induktivitási tényezőnek nevezzük.

Az áram változásakor a 2. tekercsben indukált feszültség

$$u_{i2} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -L_{12} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Ha $i_1 = 0$ és i_2 nem nulla, akkor az 1. tekercsrel tekercsfluxus $\Psi_{21} = L_{21} \cdot i_2$ kapcsolódik és az indukált feszültség

$$u_{i1} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = L_{21} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

Bebizonyítható, hogy $L_{12} = L_{21}$.

Ha a két tekercset sorba kapcsoljuk, akkor $i_1 = i_2 = i$. Az u_1 eredő indukált feszültség négy összetevőből áll:

az $L_1 \cdot \frac{di}{dt}$ és $L_2 \cdot \frac{di}{dt}$ önindukciós feszültségek összeadódnak. Ehhez pozitív /illetve negatív/ előjellel adó-

dik hozzá a $2L_{12} \cdot \frac{di}{dt}$ kölcsönös indukcióból származó feszültség, ha a két tekercs mágneses tere erősíti /illetve gyengíti/ egymást:

$$u_i = -(L_1 + L_2 \pm 2L_{12}) \cdot \frac{di}{dt}.$$

2.11. A mágneses tér energiája

Egy L inductivitású, R ellenállású tekercsre u feszültséget kapcsolva a Kirchhoff hurokegyenlet

$$u = i \cdot R + \frac{d\Psi}{dt}$$

alakú. Az egyenlet mindkét oldalát formálisan $i \cdot dt$ -vel beszorozva:

$$u \cdot i \cdot dt = i^2 \cdot R \cdot dt + i \cdot d\Psi$$

összefüggés az áramkör energiaegyensúlyát mutatja.

Itt

- $u \cdot i \cdot dt$ – a termelő által a tekercsnek dt idő alatt átadott energia
- $i^2 \cdot R \cdot dt$ – dt idő alatt hővé alakuló energia /a vezeték ohmos ellenállásán/
- $i \cdot d\Psi$ – a tekercs mágneses terében tárolt energia.

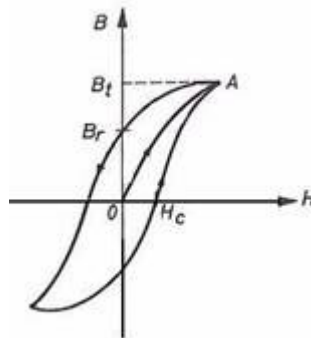
A mágneses térben a t idő alatt felhalmozott energia:

$$W_m = \int_0^{\Psi} i d\Psi = \int_0^i L \cdot i di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

2.12. Mágneses tér anyagban

Már megismertük a B és H közti kapcsolatot, a $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$ összefüggést, μ_r a relatív permeabilitás, dimenzió nélküli szám, amely megmutatja, hogy hány-szorosára nő a permeabilitás az anyag jelenlétében a vákuumhoz viszonyítva. Az un. dia- és paramágneses anyagokban $\mu_r \approx 1$, a számunkra fontos ferromágneses anyagokban $\mu_r \gg 1$, 100-1000, sőt esetenként ennél is nagyobb, de értéke függ H értékétől. Egy vasanyag viselkedését a mágneses térben a B-H jelleggörbe, az un. mágnesezési görbe mutatja. A mágnesezési görbét kísérleti úton is meg lehet határozni.

– **Mágnesezési görbe:**



70. ábra

Az O pontból az A felé haladva, azaz a térerősséget növelve az un. első mágnesezési, vagy szűzgörbét kapjuk. Az A pontból a H-t csökkentve nem az eredeti útvonalon jutunk vissza. A H térerősséget periodikusan változtatva az ábrán látható centrálisan szimmetrikus hiszterézis görbét kapjuk. A görbe nevezetes pontjai: a B_r remanens indukció, a B_t telítési indukció és a H_c koercitív térerősség.

A ferromágneses jelenséget az atommag körül keringő elektronok által képviselt elemi köráramok /elemi iránytűk/ segítségével magyarázhatjuk meg. Külső tér hatására ezek a köráramok a tér nagyságától függően rendeződnek, egy irányba állnak be. A köráramok által keltett mágneses tér a külső térhez hozzáadódik, μ_r -szeresre növeli azt. Ha az elemi köráramok mind beálltak a külső tér hatására, az anyag telítődött, további erőter növelés hatására a $B = \mu_0 \cdot H$ egyenletnek megfelelően nő a mágneses indukció.

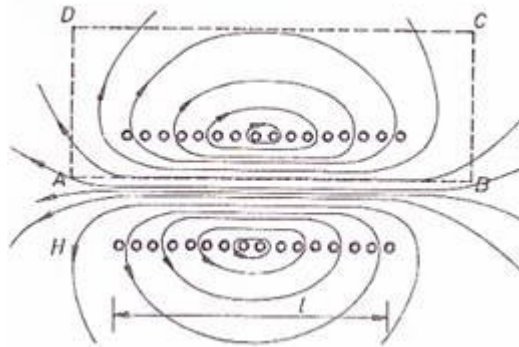
A 72. ábra szerinti periodikus térerősség változtatás alkalmával a vasanyag periodikus átmágnesezése nem veszteségmentes /a vas melegszik/. Egy ciklus során elveszett energia a hiszterézis görbe által körbezárt területnek felel meg.

A veszteséget az ún. hiszterézisveszteség és az örvényáramú-veszteség okozza. Az előbbi a frekvenciával, az utóbbi a frekvencia négyzetével arányos.

2.12.1. Alkalmazási példák

2.12.1.1. Egyenes tekercs /szolenoid/

Határozzuk meg egy egyenes tekercs önindukció együtthatóját. A tekercs belsejében az erővonal-sűrűség, azaz a mágneses térerősség jóval nagyobb, mint a tekercsen kívül. A tekercs belsejében a mágneses tér közelítőleg homogénnek tekinthető .



71. ábra

Az eddigi megállapítások felhasználásával a gerjesztési törvény az A-B-C-D-A görbe mentén

$$\oint_{ABCD} \vec{H} d\vec{l} \approx \int_{AB} \vec{H} d\vec{l} = Hl = NI$$

ahol N a menetszám, I a tekercsben folyó áram, l a tekercs hossza.

Így

$$H = \frac{NI}{l}$$

$$\text{és } B = \mu \frac{NI}{l},$$

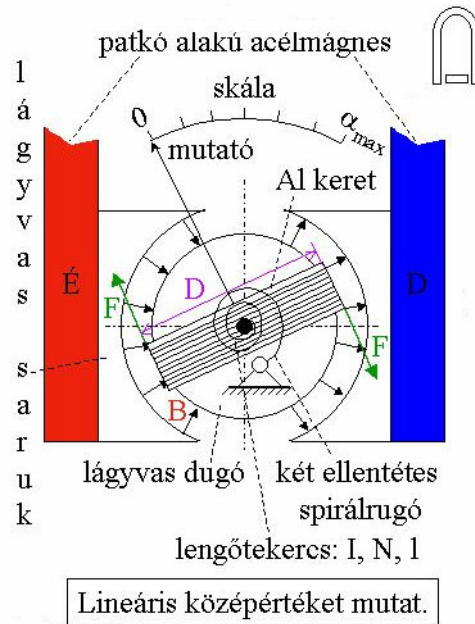
$$\text{valamint a fluxus } \Phi = BA = \mu \frac{NI}{l} A$$

Így az önindukciós együttható:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \mu \frac{N^2 A}{l}$$

2.12.1.2. Deprez rendszerű műszer

A Deprez rendszerű mutatós műszereket egyenfeszültség vagy egyenárammérésre használják. Az ábra mutatja a műszer elvi vázlatát.



72. ábra

A mérőmű hengeres furatában lágvasból készült körhenger van, melynek palástján helyezkedik el az áramot vezető tekercs.

A tekercs tengelyéhez van rögzítve a műszer mutatója. Spirálrugó biztosítja, hogy árammentes állapotban a mutató kitérése 0 legyen. Ha a légrésben az indukció értéke B, a tekercs tengelyirányú hossza l, menet-száma N és a tekercsben I áram folyik, akkor a tekercs felületén fellépő erő

$$F = B \cdot l \cdot N \cdot I$$

Állandósult állapotban a rugóerő által kifejtett M_r nyomaték megegyezik az elektromágneses erő M_e nyomatékával.

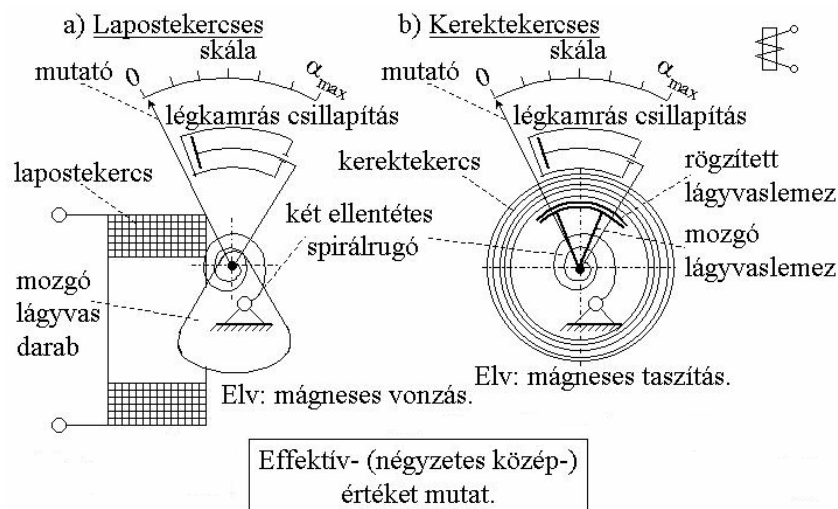
$$M_r = c_r \cdot \alpha$$

$$M_e = 2rF = k_e I$$

$$\text{így, } I = k \alpha$$

ahol α a mutató szögelfordulása. Mivel a műszer forgórészén a mérendő áram folyik keresztül, ennek középértéke, vagyis az egyszerű középérték olvasható le a skálán.

2.12.1.3. Lágvasas műszer



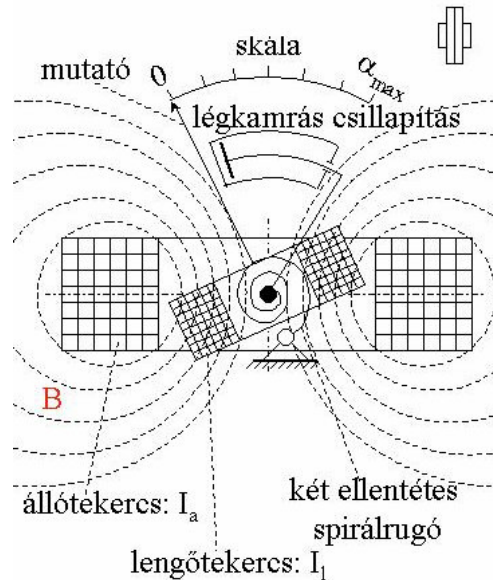
73. ábra

A mérőmű két fő egységből áll. Az állórész egy viszonylag nagy méretű tekercs, ezen folyik át a mérendő áram. Az áram mágneses teret gerjeszt a tekercs belsejében, mely felmágnesezi a tekercsbe kissé benyúló, excentrikusan csapágyazott vaslemezét. A felmágnesezett vaslemez és a tekercs mágneses erőtere között

erőhatás lép fel, ennek következtében a vaslemez tengelye körül elfordul, s vele a hozzá rögzített mutató is. Az elfordulás mértéke a vaslemezre ható erőtől függ, ezért viszont a tekercsben lévő mágneses indukció és a vaslemez mágnesezettsége szabja meg. Végül is mindegyik a tekercsben folyó áramtól függ, így a műszer mutatójának kitérése közelítőleg az áram négyzetével arányos.

A műszer kitérése független a tekercsben folyó áram irányától. Váltakozó áram esetén a vaslemez és a mutató tehetetlenségénél fogva nem képes követni a minden pillanatban változó erőhatást. A kitérés az erőhatások középértékének felel meg. Mivel a váltakozó áram négyzetének közepes értéke az effektív áramerősség négyzete, a lágyvasas műszer kitérése az effektív értéktől függ.

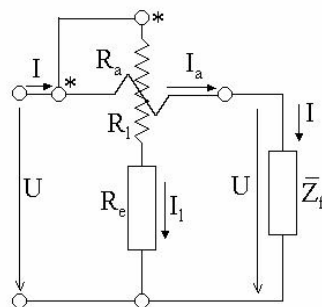
2.12.1.4. Elektrodinamikus műszer



74. ábra

Működési elve részben hasonló a Deprez - rendszerű műszerek működéséhez. A mutató itt is a forgó tekercshez rögzített, ez a tekercs azonban nem egy állandó mágnes erőterében, hanem egy másik, rögzített tekercs erőterében fordul el. Megfelelő kialakítással biztosítgató, hogy a forgó tekercsre ható nyomaték arányos legyen az álló és a forgó tekercs áramainak a szorzatával. E nyomaték hatására a forgó tekercs a hozzá rögzített mutatóval rugó ellenében elfordul. A műszer mutatójának a kitérése tehát a két tekercs áramának a szorzatával arányos. A két tekercset sorba kapcsolva a kitérés az áram négyzetével lesz arányos.

A dinamikus műszer legfontosabb felhasználási területe a teljesítménymérés.



75. ábra

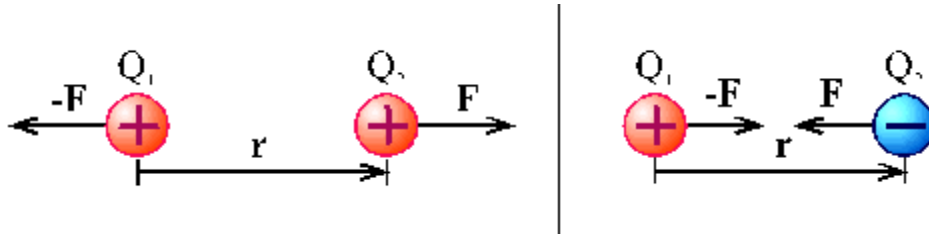
Az egyik tekercsre a feszültséggel, a másikra az árammal arányos jelet kapcsolva – effektív értékek esetén – a hatásos teljesítménnyel arányos kitérést kapunk. Meddő teljesítmény méréséhez a feszültségtekercs áramát a vizsgált feszültséghez képest 90° -os fáziseltérésbe kell hozni. Ez induktív feszültségelötétel oldható meg.

3. Villamos tér

Villamos tér önmagában, a mágneses tér jelenléte nélkül csak akkor létezik, ha időben nem változik.

Nyugvó villamos töltések által létrehozott villamos teret statikus villamos térnek nevezzük. A statikus villamos tér időben nem változó villamos tér.

3.1. Coulomb törvény



76. ábra

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

ahol ϵ a permittivitás:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

és ϵ_r pedig a relatív permittivitás.

A statikus villamos tér örvénymentes, potenciálos, konzervatív erőter.

A statikus villamos teret a Maxwell - egyenletek, illetve az azokból származtatott egyenletek írják le. A statikus villamos teret a villamos tér térjellemzői, a villamos térerősség és a villamos eltolási vektorok jellemzik. Munkavégző képessége szempontjából a statikus villamos tér (és csak az) viszonylagos módon jellemezhető még a potenciál segítségével is.

A statikus villamos tér tárgyalásával az elektrosztatika tudományága foglalkozik.

A statikus villamos tér csakúgy, mint a villamos tér egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy erőhatást gyakorol a benne elhelyezkedő villamos töltésekre. A villamos tér E villamos térerősség vektorral jellemzett pontjába helyezett Q töltésre ható F erő:

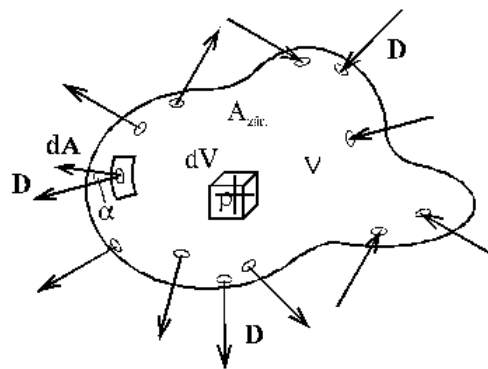
$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$$

Az erő nagysága arányos a térerősséggel és a töltés nagyságával. Pozitív töltésre a térerősséggel megegyező irányú, negatív töltésre azzal ellentétes irányú erő hat a villamos térben.

3.2. Gauss - tétel

Az elektrosztatika Gauss-tétele a statikus villamos tér forrásosságát kifejező Maxwell - egyenlet (kiegészítő egyenlet).

Az elektrosztatika Gauss-tétele értelmében a villamos térben tetszőlegesen felvett zárt felületre integrálva a villamos eltolási vektort, az egyenlő a zárt felület által bezárt térrészben levő összes villamos töltéssel. A villamos eltolási vektor és az elemi felület vektorok skaláris szorzatát kell képezni.



77. ábra

Az elektrosztatika Gauss-tétele a statikus villamos tér forrásos tulajdonságára utal megadja, hogy a térben tetszőlegesen felvett zárt felületre integrálva a villamos eltolási vektort - az eltolási vektorok és a felületvektorok skaláris szorzatát képezve - a zárt felület által körülvelt térrészben levő összes töltéssel egyenlő.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_0}{r^2}$$

$$\oint_A \bar{E} d\bar{A} = \frac{\sum Q}{\epsilon}$$

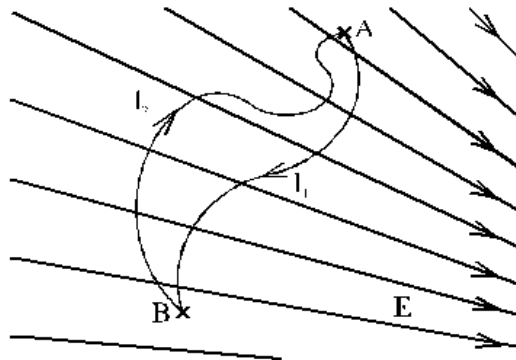
$$\epsilon \bar{E} = \bar{D} \left[\frac{As}{m^2} \right]$$

ahol D az eltolási vektor. A villamos eltolási vektor a villamos tér adott pontjában a tér töltésszétválasztó képességét adja meg. A villamos eltolás a villamos teret az azt kitöltő közegtől (anyagtól) függetlenül jellemzi.

$$\oint_A \bar{D} d\bar{A} = Q$$

3.3. A feszültség származtatása

A statikus villamos tér konzervatív, örvénymentes, potenciálos erőter, amelyben a zárt útvonalon végzett munka zérus.



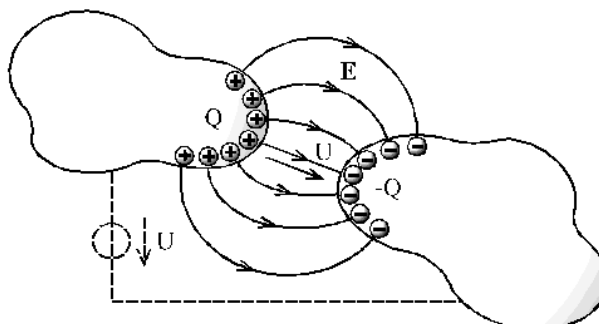
78. ábra

$$W_{AB} = \int_A^B \bar{F} d\bar{l} = Q \int_A^B \bar{E} d\bar{l} = QU_{AB}$$

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q} = \int_A^B \bar{E} d\bar{l}$$

3.4. A kapacitás

Homogén szigetelő közegben (anyagban), egymás környezetében elhelyezkedő két vezető anyagú test kapacitása az egységnyi feszültség hatására a vezető testeken szétváló villamos töltés mennyiségét adja meg.



79. ábra

$$Q = CU$$

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Párhuzamos kapcsolás:

$$C_p = \sum_{i=1}^n C_i$$

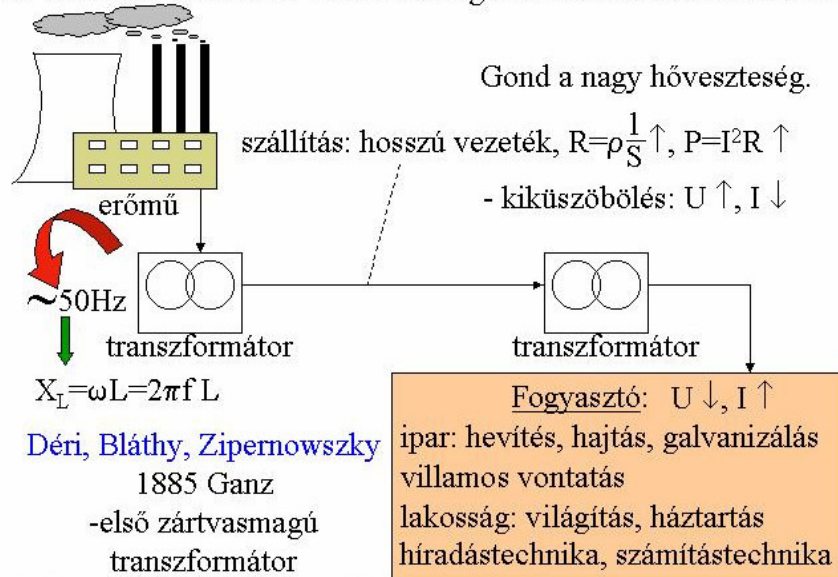
Soros kapcsolás:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

4. Villamos gépek

4.1. Transzformátorok

A transzformátornak a villamosenergia átvitelében van fontos szerepe.



80. ábra

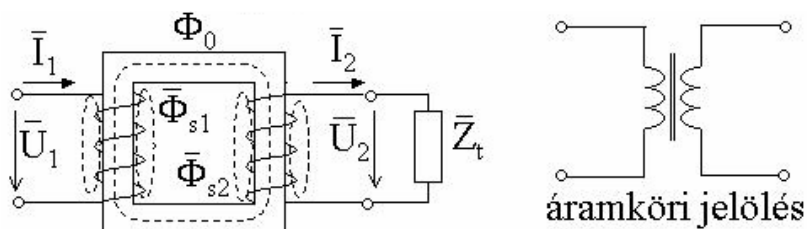
4.1.1. Egyfázisú transzformátorok

Működési elve az indukción alapszik, azaz:

$$u_i = N \frac{d\Phi}{dt}$$

A transzformátor vasmagját lemezelten készítik, hogy csökkentsék a veszteségeket. A vasmag formája szerint több fajta is lehet:

- mag
- láncszem
- köpeny



81. ábra

$$\Phi_0 = \Phi_{0max} \cdot \sin \omega t$$

És indukció törvényt felhasználva:

$$u_{i1} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} = N_1 \cdot \Phi_{0\max} \cdot \cos \omega t$$

$$u_{i2} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} = N_2 \cdot \Phi_{0\max} \cdot \cos \omega t$$

Az indukált feszültség maximuma:

$$u_{i\max} = 2\pi f N \Phi_{0\max}$$

$$u_i = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f N \Phi_{0\max} = 4,44 \cdot f N \Phi_{0\max}$$

Azaz az indukált feszültség:

$$u_{i1} = 4,44 f N_1 \Phi_{0\max}$$

$$u_{i2} = 4,44 f N_2 \Phi_{0\max}$$

A menetszámáttétel nem más, mint a menetszámok aránya:

$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

Az indukált feszültségek aránya megegyezik a menetszámáttétellel. Ezt hívjuk feszültségáttétellek:

$$a_u = \frac{U_{i1}}{U_{i2}} = a = \frac{N_1}{N_2}$$

Ezt az áttételt üresjárásban mérve:

$$U_{i2} = U_{20}$$

$$U_{i1} \approx U_1$$

$$a_u \approx \frac{U_1}{U_{20}}$$

Az áramáttétel a feszültségáttétel reciproka:

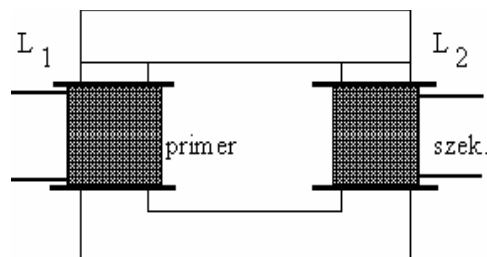
$$U_{i1} \cdot I_1 = U_{i2} \cdot I_2$$

$$a_i = \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_{i2}}{U_{i1}} = \frac{1}{a_u} = \frac{1}{a}$$

Az impedanciaáttétel:

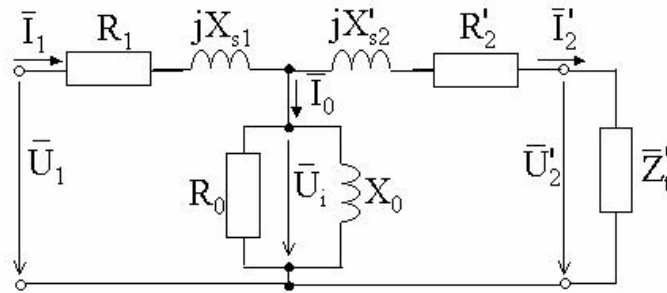
$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{U_1}{I_1}}{\frac{U_2}{I_2}} = \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{I_2}{I_1} = a^2$$

4.1.1.1. Egyfázisú transzformátor szerkezete



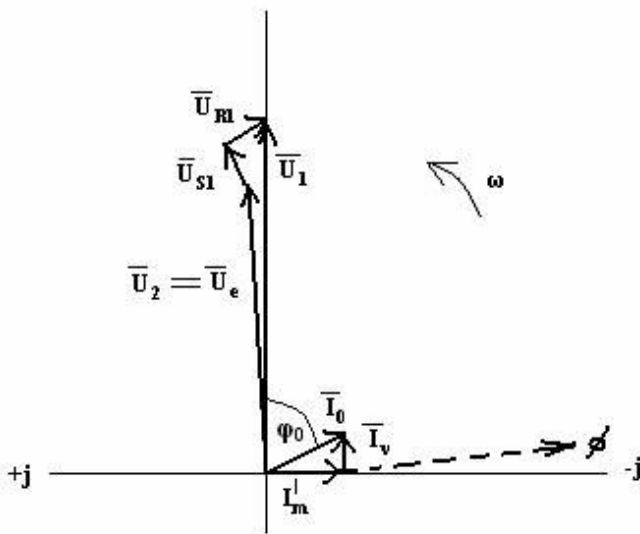
82. ábra

4.1.1.2. Helyettesítő kapcsolási vázlat

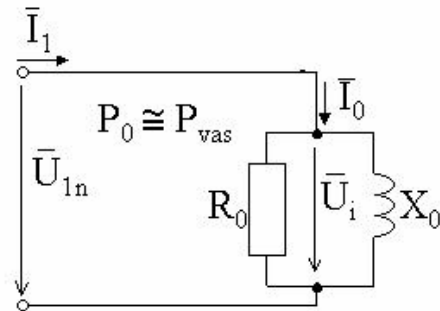


83. ábra

4.1.1.3. Üresjárás



84. ábra



85. ábra

$\cos \varphi \sim 0,1$

$$I_2' = 0 \Rightarrow \bar{U}_2 = \bar{U}_e$$

$$\bar{U}_e + \bar{U}_{S1} + \bar{U}_{R1} + \bar{U}_1 = 0$$

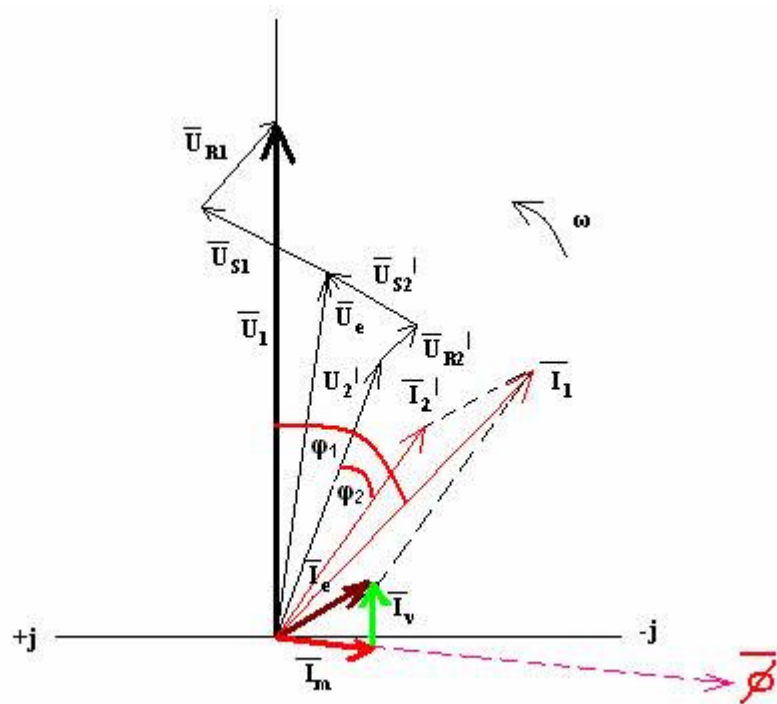
$$\bar{U}_e = -\bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1}$$

ahol:

- U_1 : primer kapocsfeszültség
- I_v : üresjárási áram wattos komponense
- I_m : üresjárási áram meddő komponense
- I_0 : üresjárási primer áram
- F_0 : üresjárási fázis szög (a $\cos \varphi_0$ üresjárási teljesítmény tényező értéke 0,1)
- U_{R1} : primer tekercs ellenállásán eső feszültség
- U_{S1} : primer tekercs reaktanciáján eső feszültség
- U_e : főfluxus által indukált feszültség

A főfluxus által indukált feszültséget úgy kapjuk meg, hogy az U_1 primer kapocs feszültségből levonjuk az üres járási áram által a primer tekercs ellenállásán és szórási reaktanciáján okozott feszültségeket. Az ohmos feszültség fázisban van az üres járási árammal, a szórt fluxus által indukált feszültség pedig negyed periódussal siet.

4.1.1.4. Terhelés



86. ábra

$$I_2' \neq 0$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1}$$

$$\bar{U}_2' = \bar{U}_e - \bar{U}_{S2}' - \bar{U}_{R2}'$$

Terheléskor a szekunder kapcsokra fogyasztókat kapcsolunk. A fogyasztókon és a szekunder tekercsen keresztül megindul az I_2 szekunder áram, illetve a helyettesítő kapcsolási vázlat redukált szekunder tekercsén keresztül az I_2' redukált szekunder áram. Nagyságát és fázisát a fogyasztók szabályák meg. A fogyasztók általában wattos és meddő teljesítményt is fogyasztanak. Ezért I_2 , illetve I_2' általában késik a szekunder kapocsfeszültség mögött.

A megterhelt transzformátor I_1 primer árama nagyobb, mint az I_0 üresjárású primer áram és más a fázisa. Ezért megváltoztak a primer áram által a primer tekercs ellenállásán és szórási reaktanciáján okozott feszültségesések is:

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1$$

$$U_{S1} = j \cdot S_1 \cdot I_1$$

Ezért változatlan U_1 primer kapocsfeszültség esetén kis mértékben megváltozik U_e is.

$$U_e = U_1 - I_1 \cdot R_1 - j \cdot X_{S1} \cdot I_1$$

Rövidebben jelölve:

$$U_e = U_1 - U_{R1} - U_{S1}$$

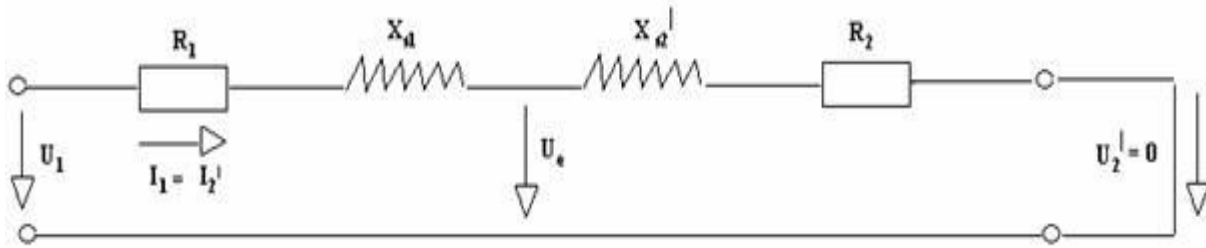
A redukált szekunder kapocsfeszültség:

$$U_2' = U_e - j \cdot X_{S2}' \cdot I_2' - R_2' \cdot I_2'$$

Rövidebben jelölve:

$$U_2' = U_e - U_{S2}' - U_{R2}'$$

4.1.1.5. Rövidzárás



87. ábra

Rövidzárási állapot az üresjárásival ellentétes szélső terhelési állapot. A szekunder kapcsokat rövidre zárjuk, de ez az állapot nem üzemzerű állapot! Hosszú ideig nem tartható fent mert a tekercsekben folyó áramok erőssége 10-25-szor nagyobb, mint névleges terhelés esetén. Ez az állapot a transzformátor tönkremenetelét okozhatja ezért védelmeket (pl. biztosítók) kell beépíteni. A lekapcsolásnak olyan rövid idő alatt kell megtörténnie, hogy a tekercsek nem éghetnek el, mert nincs idejük felmelegedni. A primer, illetve szekunder árammal arányosan megnőnek azonban a szórt fluxusok. A szórt fluxusok nagy mechanikai erőt fejtenek ki a tekercsekre a rövidzárási állapotban, ezért a mechanikai méretezésnél figyelembe kell venni.

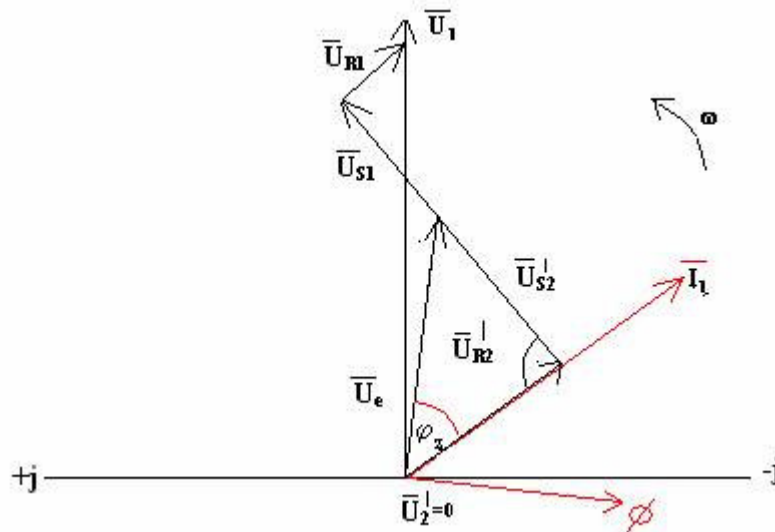
$$I_1 = I_2' = \frac{\bar{U}_1}{R_1 + jX_{S1} + R_2' + jX_{S2}}$$

$$I_{1rz} \approx I_{1n} \cdot 10 \div 30$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_{R2}' + \bar{U}_{S2}'$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1}$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_{R2}' + \bar{U}_{S2}' + \bar{U}_{S1} + \bar{U}_{R1} \Rightarrow \bar{U}_e \approx \frac{\bar{U}_1}{2}$$



88. ábra

4.1.1.6. Drop (százalékos rövidzárási feszültség)

$$\varepsilon = \frac{U_{1rz}}{U_{1n}} \cdot 100\% = \frac{I_{1n}}{I_{1rz}} \cdot 100\%$$

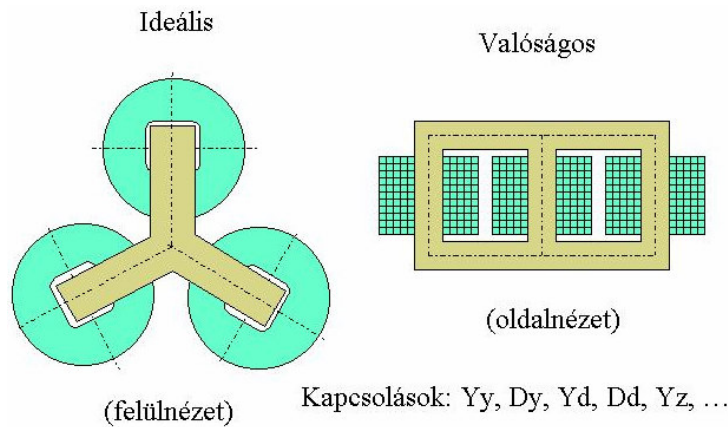
A drop kiszámításával a transzformátor maximális terhelési értékét lehet meghatározni.

A rövidzárási feszültségnek a névleges primer feszültséghez viszonyított értéke százalékos értékben kifejezve. A rövidzárási mérés a rövidzárási feszültség és a tekercs veszteség meghatározására szolgál.

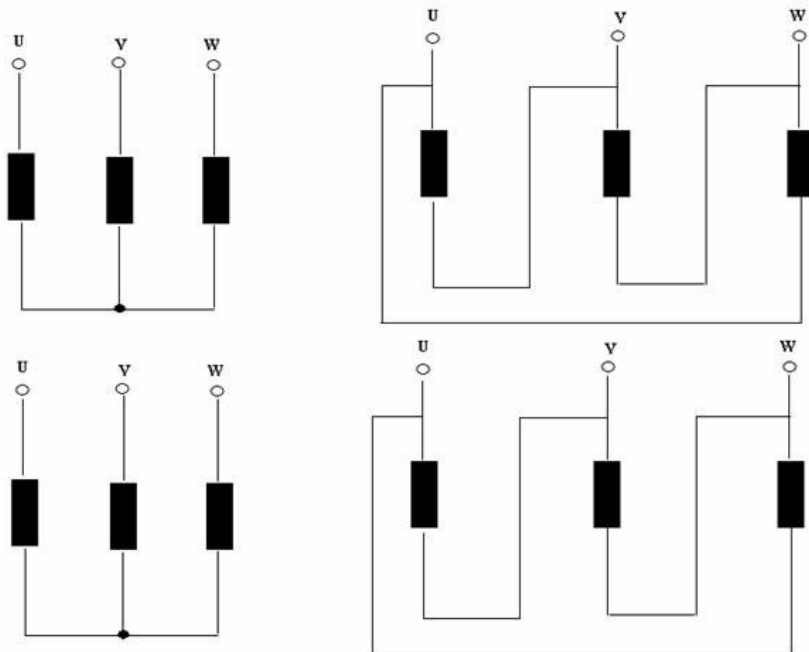
Amennyiben egy transzformátor terhelését növelni kívánjuk akkor figyelembe kell venni a droppet, mert a kis drop értékű transzformátor túlterhelődik melegszik és tönkremegy. Ezért általában a transzformáto-

rokat illik úgy méretezni, hogy ezen értékben még maximális terhelés esetén is 10-20% -os tartaléka legyen.

4.1.2. Háromfázisú transzformátorok



89. ábra



90. ábra

Y / Y

Δ/Δ

4.1.2.1. Csillag-csillag kapcsolású transzformátor

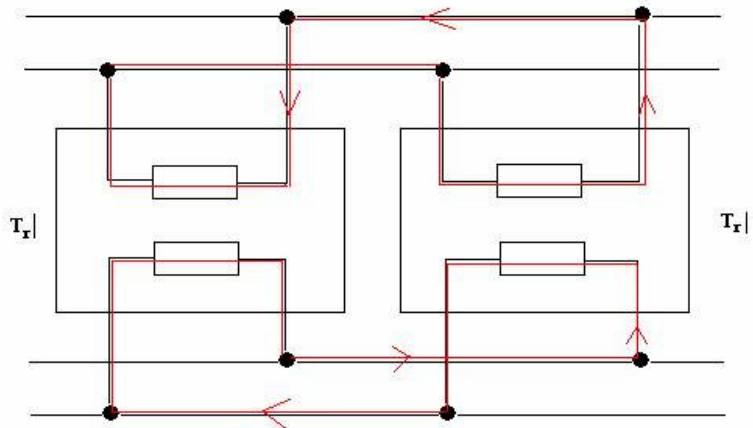
A primer oldalon nincs „0” vezető (szabványos nagyfeszültségű rendszerek). A kiegyenlítő áram a fázistekercseken keresztül tud folyni oly módon, hogy mindegyik üresjárási áramhoz hozzáadódik a kiegyenlítő áram egy-egy harmada.

A primer fázis tekercsben a szükséges gerjesztő áramon kívül még a kiegyenlítő áram egy-egy harmada is folyik melyek minden fázistekercsben azonos fázisúak. Ezek az áramok a szabályos (szimmetrikus) háromfázisú fluxuson felül minden oszlopban azonos fázisú fluxust gerjesztenek. A fluxusok azonos fázisa azt jelenti, hogy irányuk mindhárom oszlopban felfelé, majd egy fél periódus idő múlva lefelé mutat.

4.1.2.2. Háromszög kapcsolású transzformátorok

A háromszlopos transzformátorok vasmagjában fellépő azonos fluxusok feszültséget indukálnak az egyes fázistekercsekben. Ezek a feszültségek azonos fázisúak akárcsak az őket indukáló fluxusok ezért szuperponálódnak (megváltoztatják a fázis feszültségeket, fázisát, jelleggörbe alakját). Ezért a járom fluxusok hatásának kiküszöbölésére a járommenetek alkalmasak. Alkalmazásukkal az oszlopokban folyó fő fluxusok összege minden pillanatban zérus. Hatásukra a járommenetekben olyan áram kering, amelyeknek gerjesztése az indukáló fluxusok ellen hat. Ezért az azonos fázisú fluxusok elhanyagolhatóan kicsinyek lesznek. A háromszög kapcsolású tekercselés önmagában úgy záródik, hogy mindhárom oszlopot azonos menetszámmal és értelemben járja körül. Hatása ezért olyan, mint a járommeneteké. Az egyfázisú (azonos fázisú zérus – sorrendű) fluxusok elhanyagolhatóan kicsinyek, ha a transzformátor bármelyik tekercselése háromszög kapcsolású. A háromszög kapcsolású tekercselésen belül kering az az áram, amelynek gerjesztése az azonos fázisú fluxusokat lerontja.

4.1.3. Transzformátorok párhuzamos üzeme



91. ábra

Párhuzamos üzemhez kell:

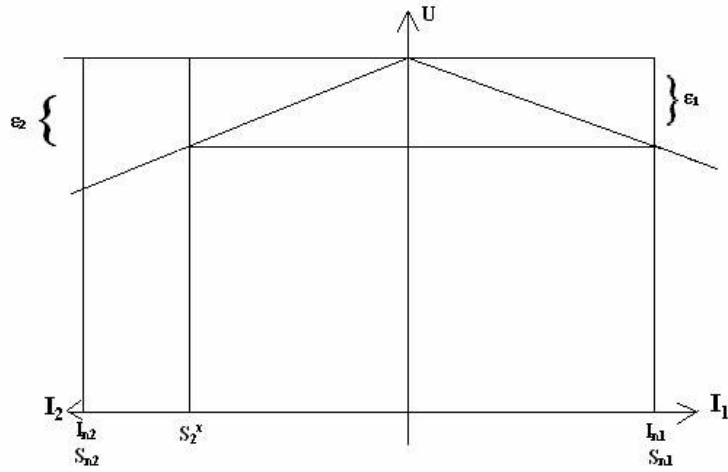
1. Nincs kiegyenlítő áram a transzformátorok között
2. Terhelés a transzformátorok között teljesítményeik arányában

Ezek teljesülnek ha :

1. Primer és szekunder feszültségek megegyeznek, azonos áttétel ($a_I = a_U$)
2. Fázis feszültségek azonos fázisúak (kapcsolási csoport azonos)
3. A transzformátorok százalékos rövidzárási feszültségei egyenlők (azonos drop) $\varepsilon_I = \varepsilon_U$

4.1.4. Párhuzamosan kapcsolt transzformátorok terheléseloszlása különböző drop esetén

Ha rövidzárási feszültségek nem egyenlők, akkor a terhelésmegoszlás egyenlőtlen. A nagyobb rövidzárási feszültségű transzformátor még nincs kihasználva, leterhelve, amikor a másik már névleges áramával van terhelve. A terhelés tovább már nem növelhető, mert a kis ε -u transzformátor túlterhelődik. A nagy rövidzárási feszültségű transzformátor árama az ábrából a hasonló háromszögek segítségével számítható. Párhuzamos üzemben csak olyan egységek alkalmazhatók, amelyeknek rövidzárási feszültségei +/- 10% tolerancián belül – egyenlők.



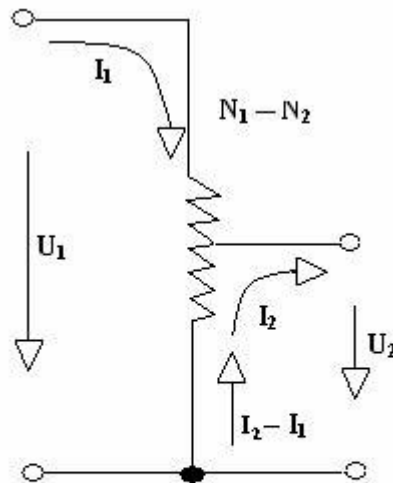
92. ábra

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1$$

$$S_2^x = S_{n2} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

4.1.5. Különleges transzformátorok

4.1.5.1. Takarékkapcsolású transzformátorok



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

93. ábra

Előnyök:

1. kisebb tekercsmetszet és vasvesztés ($I_2 - I_1$)
2. kisebb méret és súly
3. egy fázisú és háromfázisú szabályzó transzformátorok

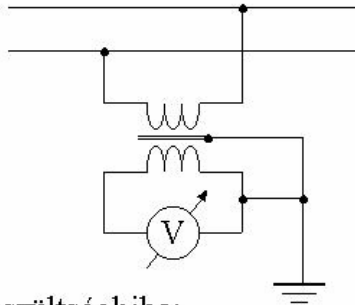
Hátrányok:

1. galvanikus kapcsolat a primer és szekunder tekercs között
2. szakadás N_2 -nél $U_2 = U_1$
3. rövidzárási árama nagy

4.1.5.2. Mérőtranszformátorok

Nagy váltakozó feszültségek és áramok mérésére.

4.1.5.2.1. Feszültségváltó



feszültséghiba:

$$h = \frac{aU_2 - U_1}{U_1} 100\% \\ (0,1 \dots 3)\%$$

szöghiba:

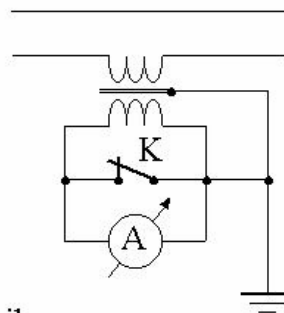
$$\delta = (4 \dots 40)'$$

94. ábra

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

Nem szabad rövidre zárn!

4.1.5.2.2. Áramváltó



áramhiba:

$$h = \frac{I_2/a - I_1}{I_1} 100\% \\ (0,1 \dots 10)\%$$

szöghiba:

$$\delta = (6 \dots 60)'$$

95. ábra

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

$I_2 = 5A$ (1A)

$I_1 = 5; 20; 50; 200; 500; 2000$ A ...

Szekunder kört megszakítani nem szabad!

Szekunder körben végzett javítások előtt a beépített kapcsolót rövidre kell zárni!

Szakadáskor megnő az indukció

- megnő a vasveszteség
- nagy feszültség a szekunder tekercsben

4.2. Aszinkron gépek

- Legegyszerűbb szerkezetű forgógép
- 1 kW felett háromfázisú
- Legelterjedtebb, üzembiztos

Hátrány:

- fordulatszám nehezen változtatható

4.2.1. Szerkezet

Állórész:

- lemezelt
- háromfázisú tekercs (120°)

Forgórész:

- lemezelt hengeres
- tekercselt vagy kalickás (csúszógyűrűs)

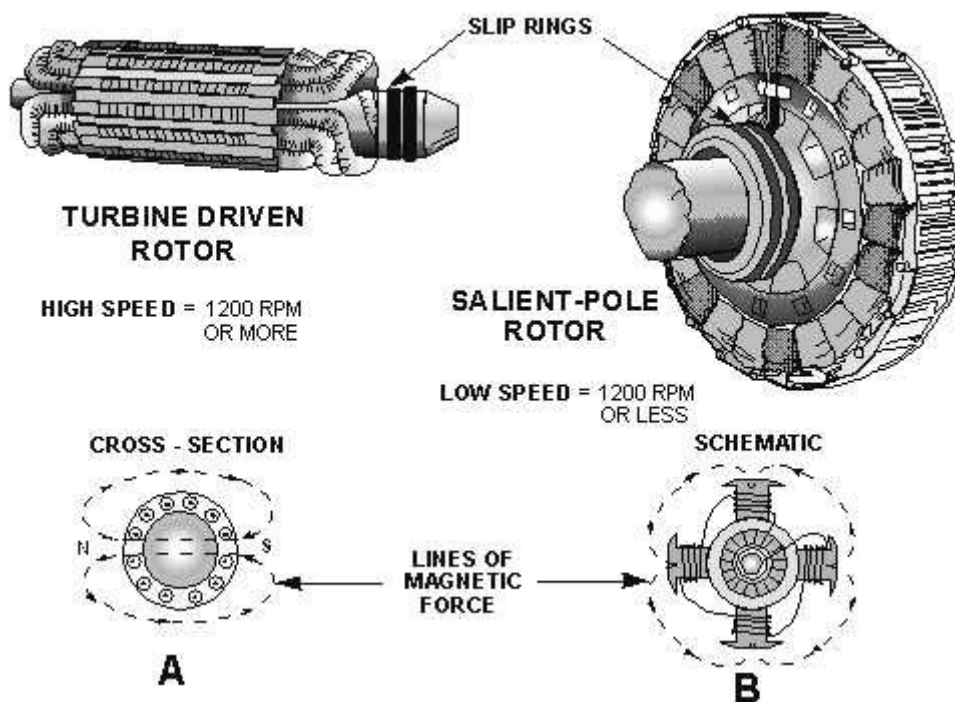
4.2.2. Működés (motor)

A háromfázisú feszültség az állórészben forgó mágneses teret hoz létre.

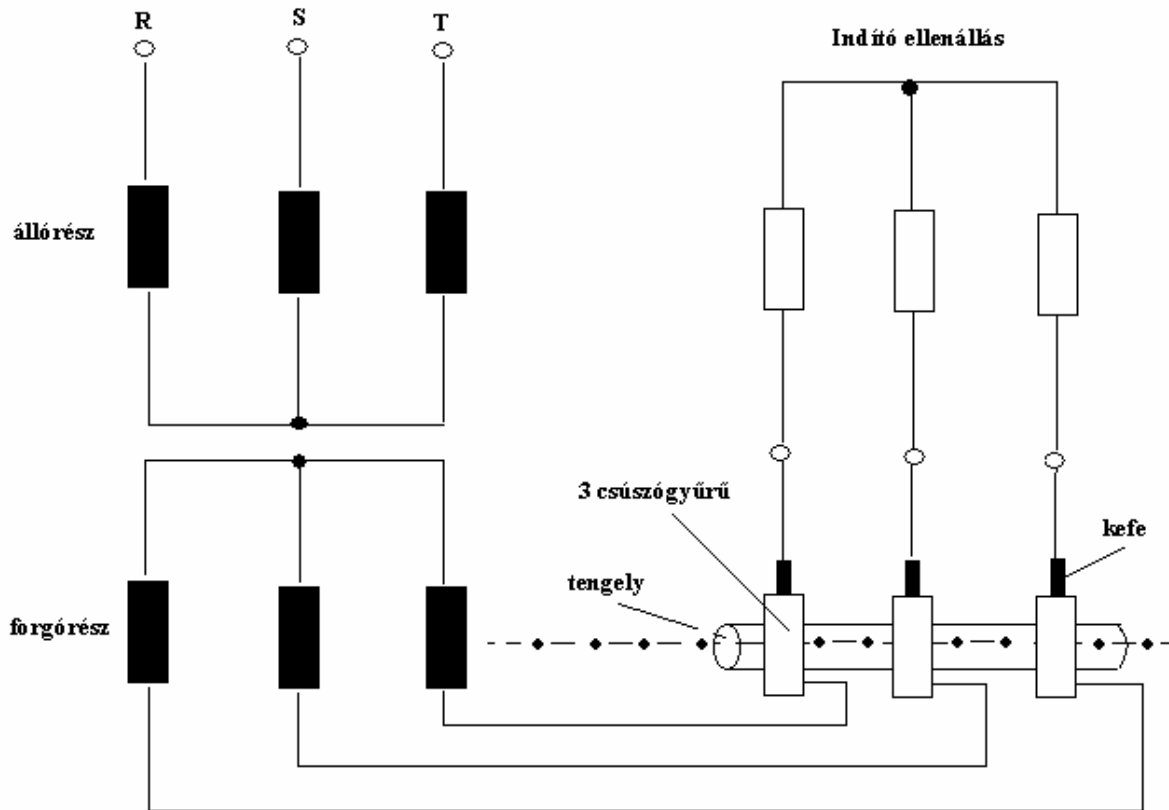
p: pólus párok száma

$$n_0 = \frac{f_1}{p} \left[\frac{1}{s} \right]$$

A forgó mágneses tér hatására a forgórészben feszültség (áram) indukálódik, ami megindítja az aszinkron forgást. Terhelés hatására megnövekszik a forgórész árama, ami 3-6%-os fordulatszám csökkenést okoz.



96. ábra

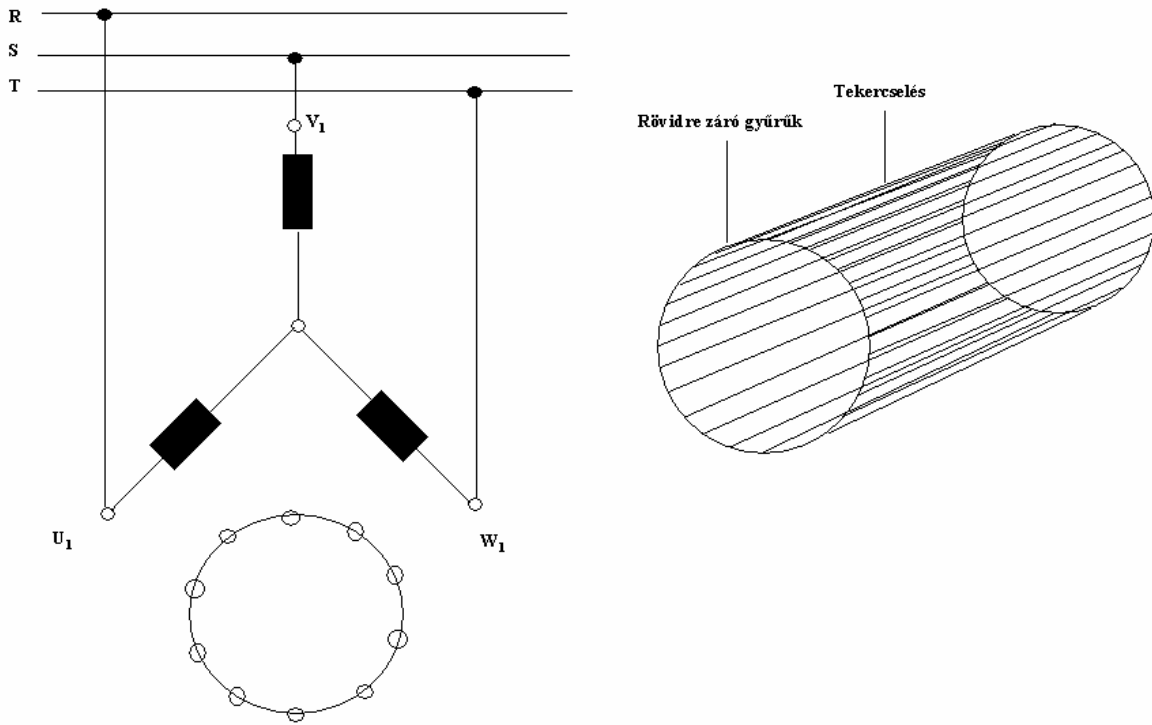


97. ábra

4.2.2.1. Kalickás motor

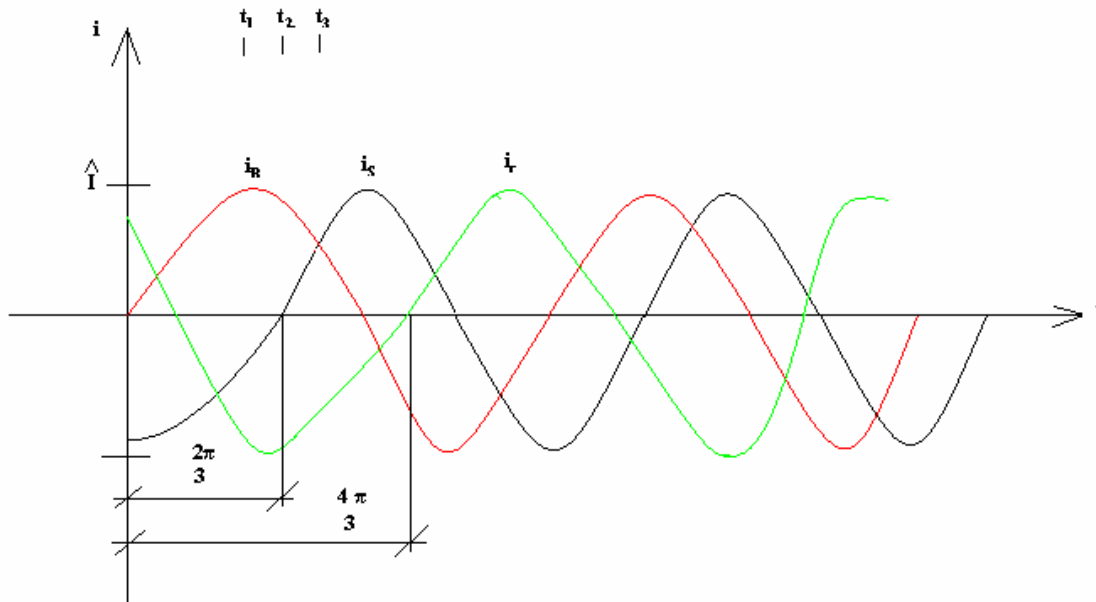
A kalickás forgórészeken nincs csúszógyűrű. A tekercselés a hornyokban elhelyezett rudakból áll (hornyokként egy rúd), amelyeket a forgórész homlokoldalán egy-egy rövidrezáró gyűrű kalickává egyesít. A kalicka olyan többfázisú tekercsnek tekinthető, amelynek annyi fázisa van ahány horony van a forgórészén. A kalickás forgórész elvben tetszőleges pólusszámra használható.

Indítási tulajdonságai: mivel indító ellenállásra nincs mód kedvezőtlenebbek, mint a csúszógyűrűs forgórészűeké.

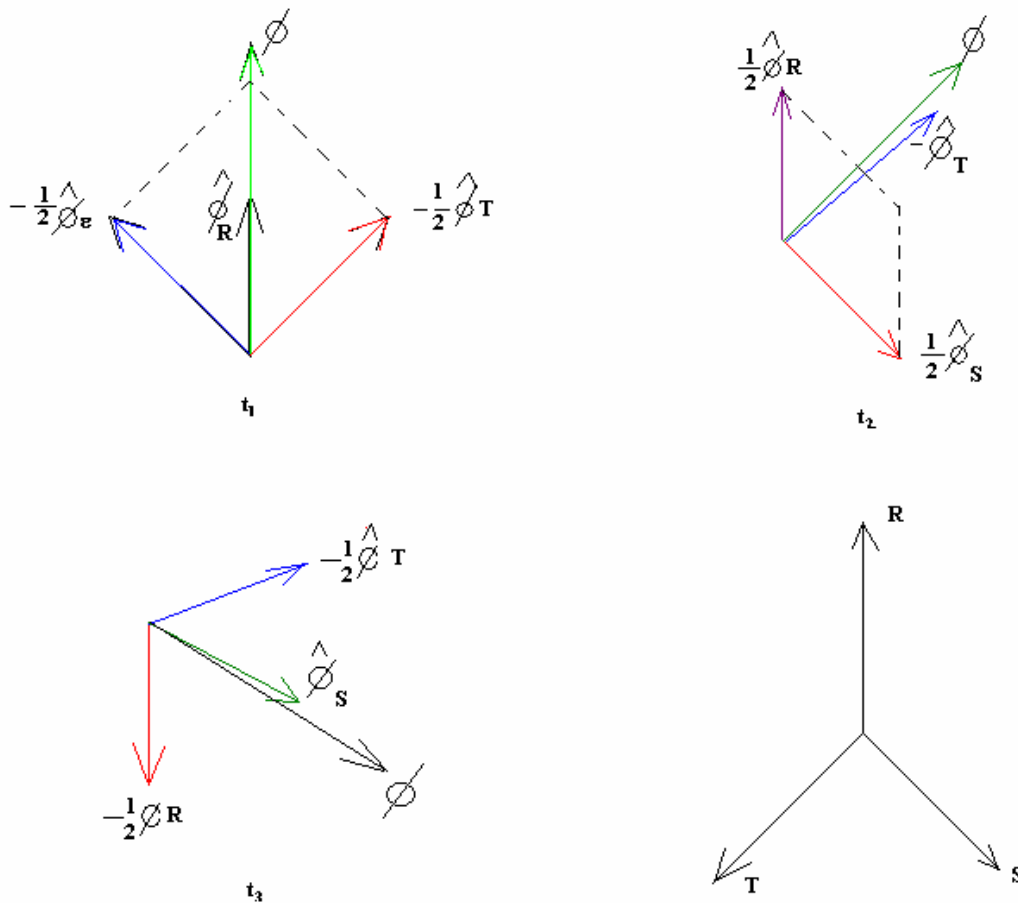


98. ábra

4.2.2.2. Forgó mágneses tér



99. ábra



100. ábra

$$t_2 = t_1 + 60^\circ$$

$$t_3 = t_2 + 60^\circ$$

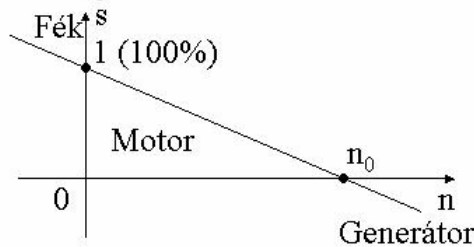
4.2.2.3. Szlip (csúszás)

$$n_0 = \frac{f_1 \cdot 60}{p} \left[\frac{1}{\text{min}} \right] \text{ szinkron fordulatszám}$$

f_1 az állórészre kapcsolt áram frekvenciája [Hz]

p a póluspárok száma (É-D: egy póluspár)

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} 100 \quad [\%] \text{ szlip (csúszás)}$$



$f_1 = 50 \text{ Hz}$

p	n_0 [min ⁻¹]	n_n [min ⁻¹]	s_n [%]
1	3000	2850	5
2	1500	1465	3
3	1000	955	4,5
4	750	720	4

Az aszinkron gép önállóan (hálózat nélkül) nem képes generátorként üzemelni.

101. ábra

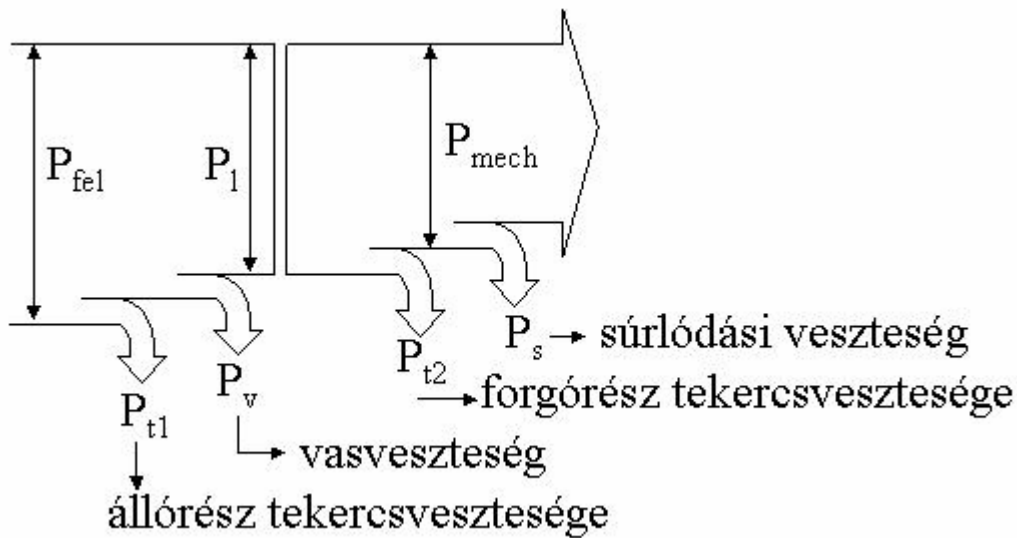
Az aszinkron gép tengelyét mechanikai nyomatékkal megterheljük, fordulatszámra beáll arra az értékre amelyenél a szekunder indukált feszültség által létrehozott áram nyomatéka egyensúlyt tart a terhelő nyomatékkal. A forgórész motoros üzemállapotban a szinkron fordulatszámánál mindig kisebb fordulatszámmal forog. A forgórésznek a forgó mezőhöz képest relatív csuszamlását szlipnek nevezzük „s”-sel jelöljük. Ha a fluxus szinkron fordulatszámát n_0 a tengely fordulatszámát n -nel jelöljük, a motor szlipje:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = 1 - \frac{n}{n_0} \quad (3 \dots\dots 6 \%) \quad \text{átlagos szlip érték}$$

a fordulatszám a szlip ismeretében:

$$n = (1 - s) \cdot n_0$$

4.2.2.4. Teljesítmény viszonyok



102. ábra

$$P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

$$P_{t1} = 3 \cdot I_1^2 R_1$$

P_{v1} : vasveszteség
 P_e : légrésteljesítmény

$$P_l = M \cdot \omega_0$$

$$P_{t2} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 (= s \cdot P_l), (P_{v2} \approx 0)$$

$$P_{mech} = P_l - P_{t2}$$

$$P_{mech} = M \omega$$

$$n = n_0 - s n_0$$

$$\omega = \omega_0 - s \omega_0$$

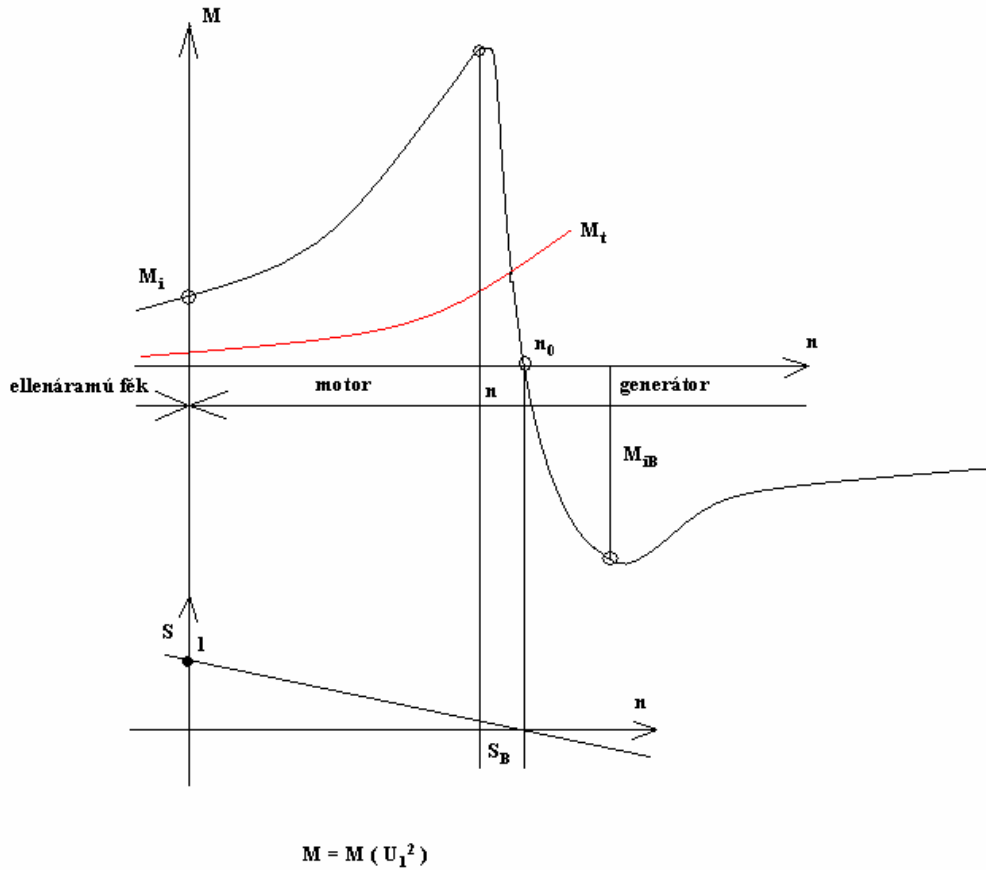
$$P_{mech} = M \omega_0 - s M \omega_0 = P_e - s P_e$$

$$P_{mech} = (1 - s) P_e$$

$$P_{t2} = s P_e$$

$$P_h = P_{mech} - P_{súrlódás}$$

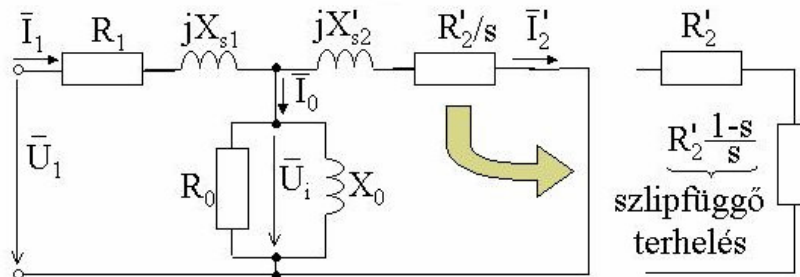
4.2.2.5. M-n jellgörbe



103. ábra

4.2.2.6. Helyettesítő kép

Szimmetria miatt egyfázisú.



104. ábra

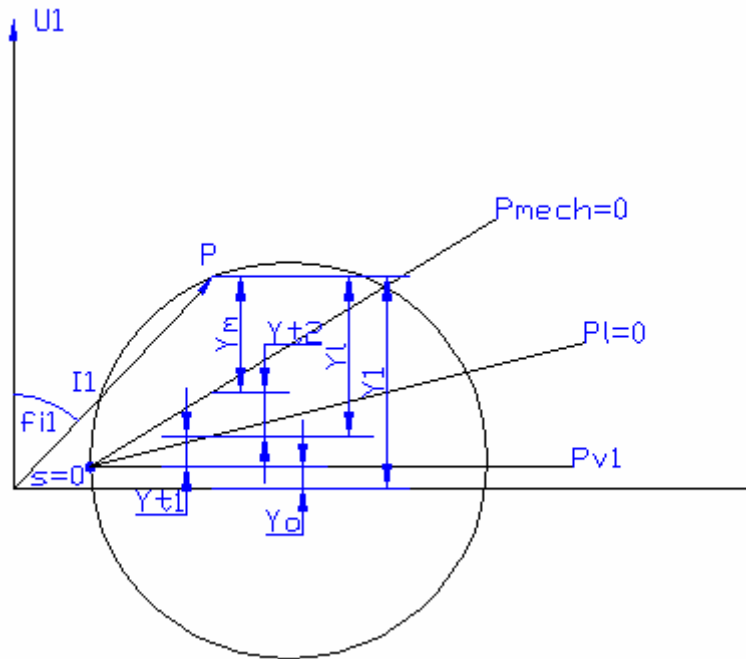
$$X_{s2}' = a^2 \cdot X_{s2}$$

$$R_2' = a^2 \cdot R_2$$

4.2.2.7. Kördiagram

A terhelés változása megával vonja a szlip érték megváltozását, amelynek hatására megváltozik az állórész árama. Ezt az áramvektordiagrammot nevezik kördiagrammnak.

105. ábra



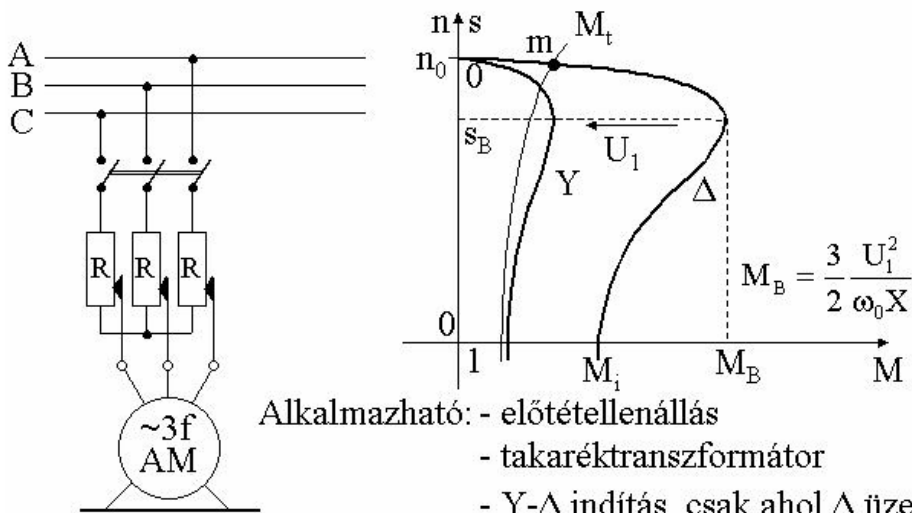
106. ábra

4.2.2.8. Indítás

4.2.2.8.1. Kalickás motorok

– **közvetlen indítás**
 $I_i \approx (3 \dots 9) \cdot I_n \rightarrow$ nagy feszültségesés a hálózatban

- **kapocsfeszültség csökkentése**
 - **ellenállással**



Alkalmazható: - előtétellenállás
 - takaréktaszformátor
 - Y-Δ indítás, csak ahol Δ üzem

$$\frac{I_{\Delta}}{I_Y} = \frac{\sqrt{3} I_{f\Delta}}{I_{fY}} = \frac{\sqrt{3} \frac{U_{f\Delta}}{Z_f}}{\frac{U_{fY}}{Z_f}} = \frac{\sqrt{3} U}{U} = 3 \quad \frac{M_{\Delta}}{M_Y} = \frac{U_{f\Delta}^2}{U_{fY}^2} = \frac{U^2}{\left(\frac{U}{\sqrt{3}}\right)^2} = 3$$

107. ábra

- **reaktanciával**
- **transzformátorral**

Veszteségmentes

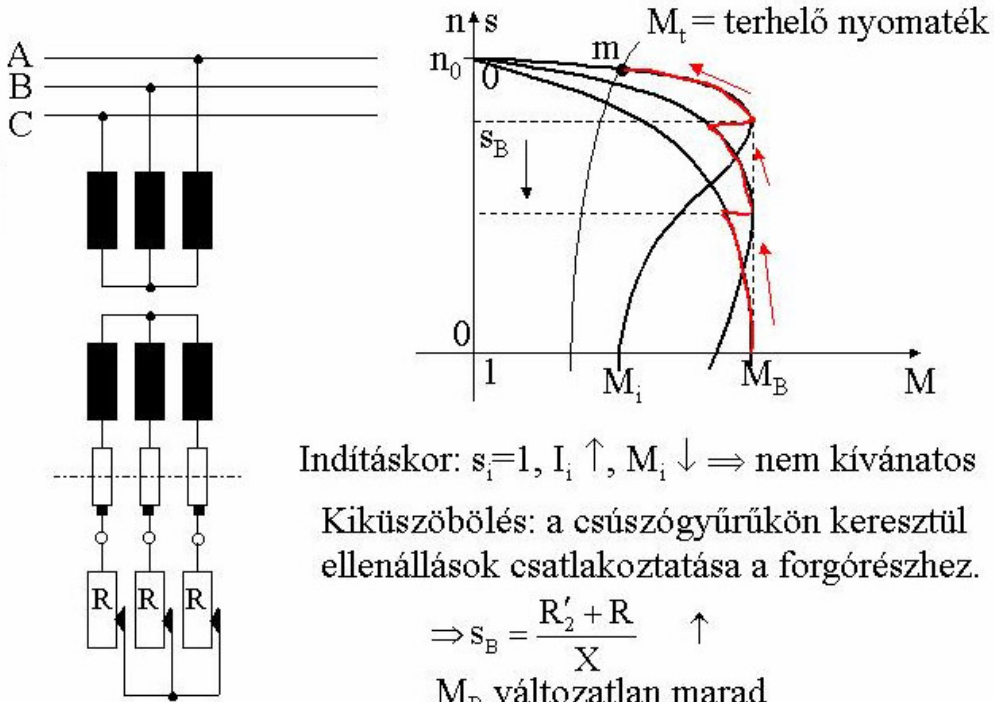
- **Y/Δ indítás leggyakoribb**

$$U_v = \sqrt{3} \cdot U_f$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{M_i}{3} \Rightarrow \frac{I_i}{3}$$

4.2.2.8.2. Csúzógyűrűs motorok

- **forgórész körbe iktatott ellenállásokkal**



Indításkor: $s_i=1, I_i \uparrow, M_i \downarrow \Rightarrow$ nem kívánatos

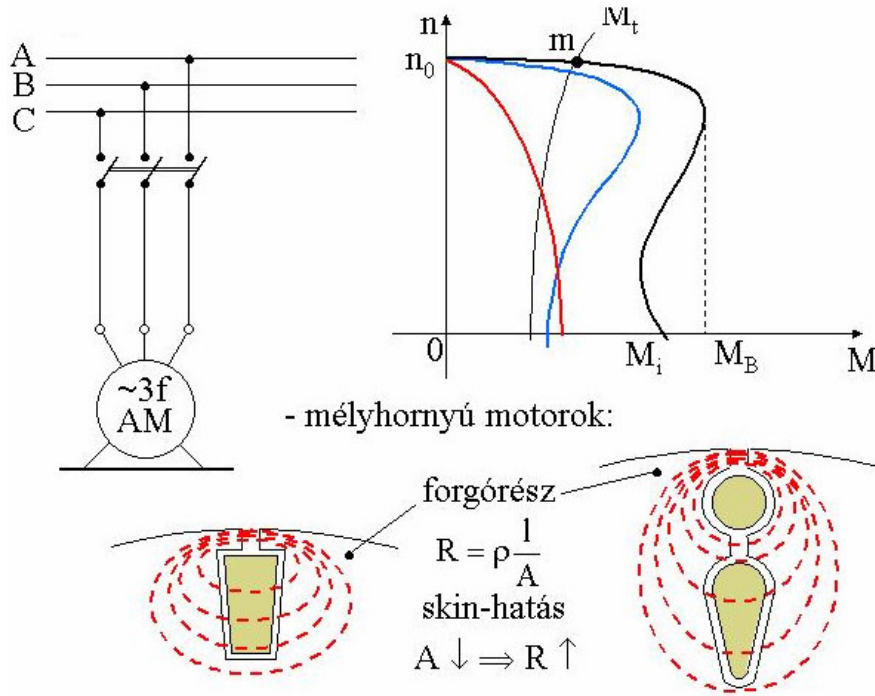
Kiküszöbölés: a csúzógyűrűkön keresztül ellenállások csatlakoztatása a forgórészhez.

$$\Rightarrow s_B = \frac{R'_2 + R}{X} \quad \uparrow$$

M_B változatlan marad

108. ábra

4.2.2.8.3. Mélyhornyú és kétkalickás motorok



109. ábra

- áramkiszorulás jelensége (skin hatás)
- kedvező indítási tulajdonságok (I_i kisebb, M_i nagyobb)

4.2.2.9. Fordulatszám változtatás

Az alábbi képlet alapján látható, hogy a fordulatszám három összetevőből áll össze: szlip, frekvencia, póluspárszám. Ha ezek közül bármelyiket megváltoztatjuk, akkor megváltozik a fordulatszám is. A következőkben ezt tekintjük át.

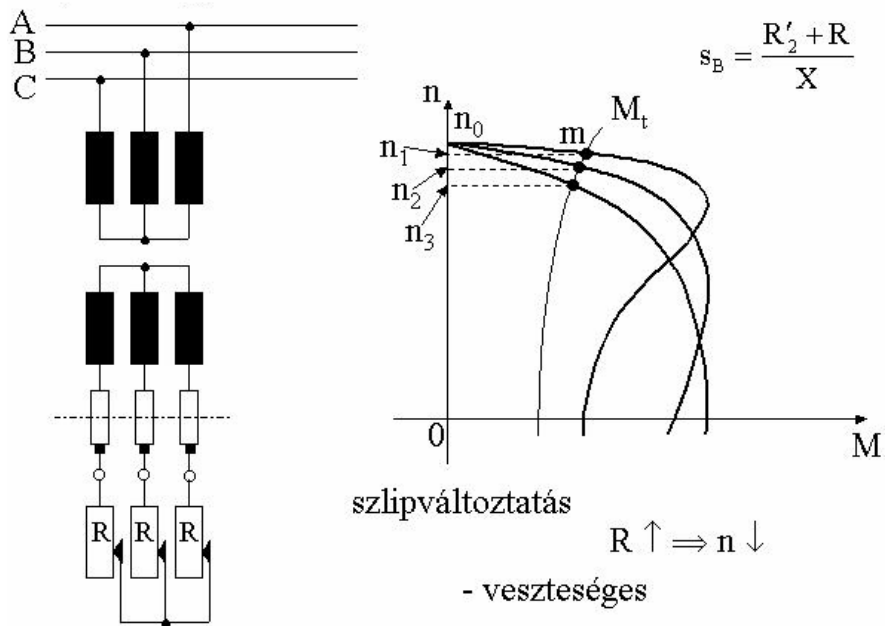
$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \Rightarrow n = (1 - s) \cdot n_0$$

$$n_0 = \frac{f_1}{p}$$

$$n = \frac{f_1}{p} \cdot (1 - s)$$

4.2.2.9.1. Szlip változtatása

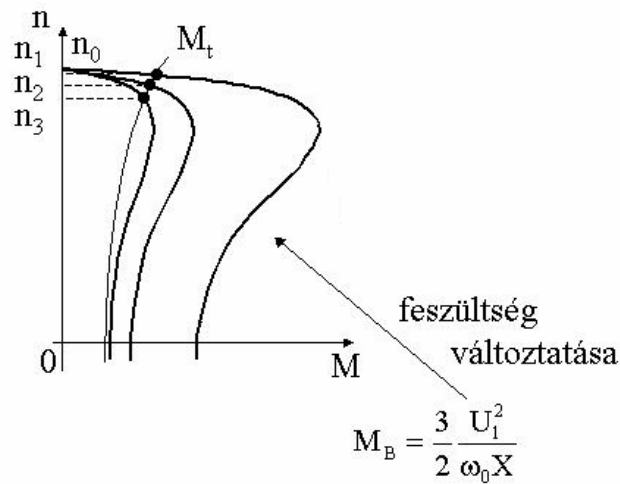
- csúszógyűrűs motornál



110. ábra

Ez a fajta fordulatszám változtatás veszteséges, mert az ellenálláson keresztül folyó áram csak hőt termel.

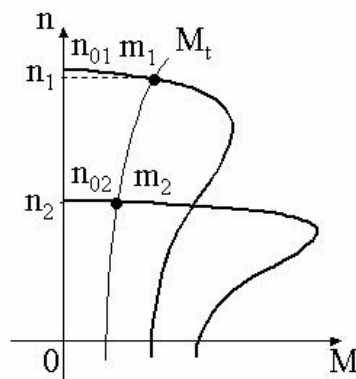
- kalickás motornál



111. ábra

A feszültség csökkentésével a nyomaték is csökken!

4.2.2.9.2. Pólusszám változtatása

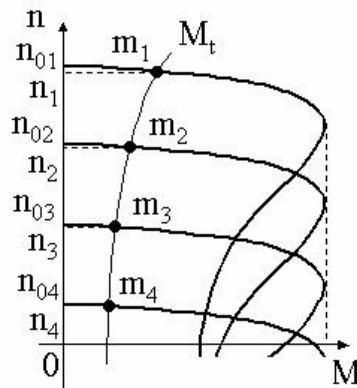


112. ábra

Pl.: Dahlander kapcsolás

Ez a fordulatszám változtatási módszer veszteségmentes, viszont hátránya, hogy csak fix fordulatokra alkalmazható (2880, 1440, 720 stb.). A póluspárok növelése a fordulatszám csökkenésével jár.

4.2.2.9.3. állórész-frekvencia változtatása

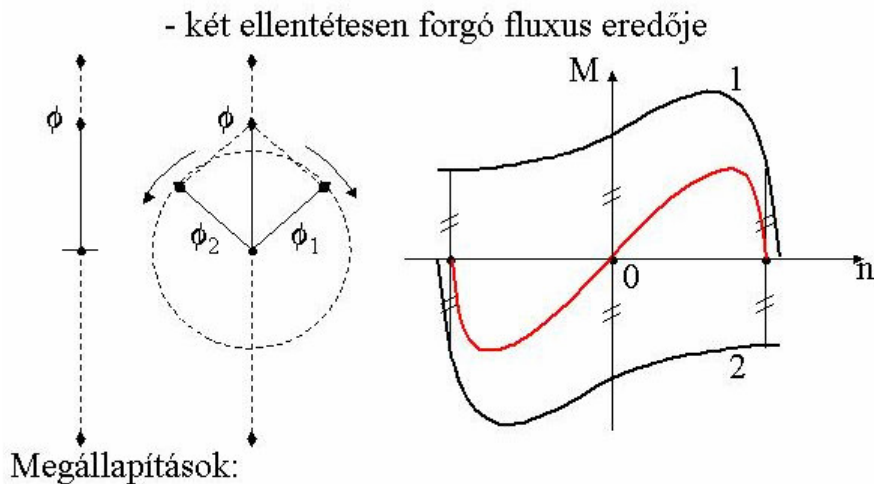


113. ábra

Folyamatos fordulatszám változtatást tesz lehetővé veszteségmentesen. Frekvenciaváltókat alkalmaznak erre a célra, amik a frekvenciával együtt a feszültséget is változtatják. Ezek segítségével 3000 ford./percnél nagyobb fordulatszám is elérhető.

4.2.3. Egyfázisú aszinkron motorok

Az egyfázisú motorok állórészén 1F-ű tekercselés található, a forgó részük pedig kalickás kivitelű. A lüktető mágneses tér tartja őket forgásban, azonban a megindításukhoz un. segédfázis tekercs szükséges.



1. $M_1=0$, vagyis nincs indítónyomatéka
2. amelyik irányba berángatjuk, arra forog

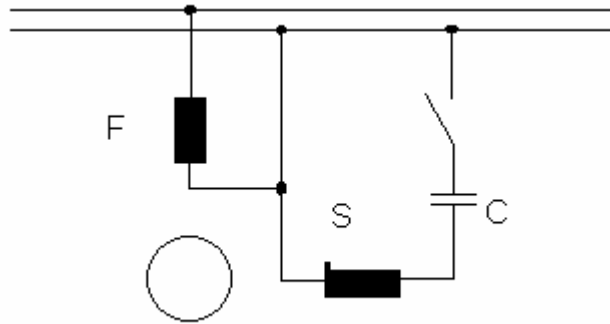
Tehát segédfázisra van szükség.

114. ábra

4.2.4. Segédfázisú motorok

A segédfázisú motorok rendelkeznek egy un. segédfázistekercsrel, ami a forgás megindulását segíti elő. Ez a tekercs 90 fokkal van elforgatva a főfázishoz képest, de gondoskodni kell arról is, hogy ennek a tekercsnek az árama is késsen 90 fokkal a főfázishoz képest. Erre kondenzátort alkalmaznak, ami lehet

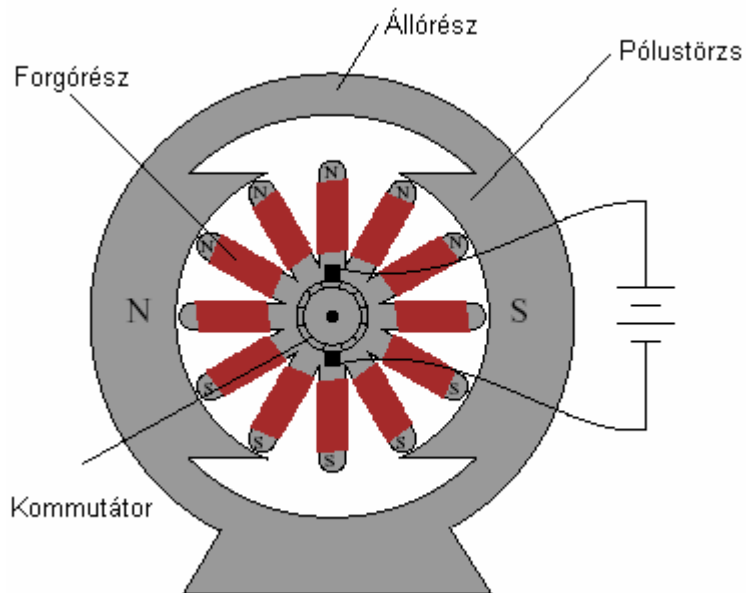
üzemi, vagy indítókondenzátor. Az üzemi kondenzátor a motor teljes üzeme alatt működésben van, míg az indító csak akkor, mikor a motort indítják.



115. ábra

4.3. Egyenáramú gépek

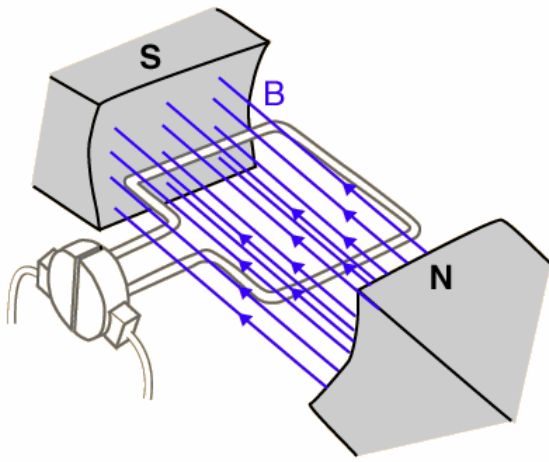
4.3.1. Szerkezeti felépítés (motor, generátor)



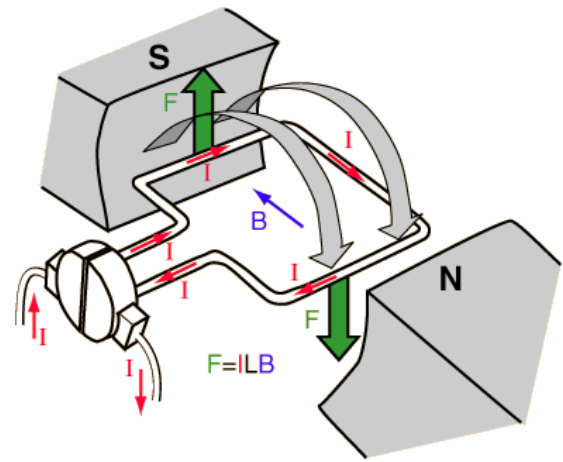
116. ábra

4.3.2. Működés

Az állandómágneses armatúra mágneses mezejében van elhelyezve egy vezető keret, amin keresztül áramot folytatunk. Az áram hatására a vezető körül mágneses mező alakul ki, amely merőleges lesz az állandómágnes mágneses terének vektoraira. Ez a jelenség azt eredményezi, hogy a forgórész elfordul.

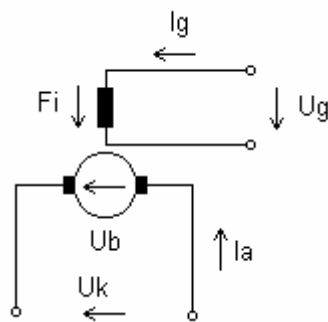


117. ábra



118. ábra

Az állórész állandó mágnes helyett gyakran alkalmaznak itt is tekercset, amit egyenárammal gerjesztenek.



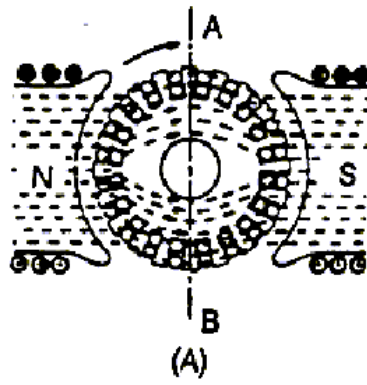
119. ábra

4.3.3. Armatúrareakció

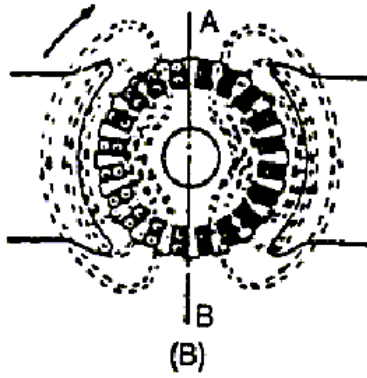
Az armatúraáram mágneses fluxust hoz létre, amely hozzáadódik a pólusok által létesített fluxushoz. Ez a jelenség eltorzítja az indukció-eloszlást az armatúra kerülete mentén. Mint ahogy azt az ábra is mutatja ennek az lesz a következménye, hogy a gép fluxusa csökken, és a semleges vonal eltolódik. Ezért tehát ennek megfelelően el kell tolni a keféket is.

Megszüntetése:

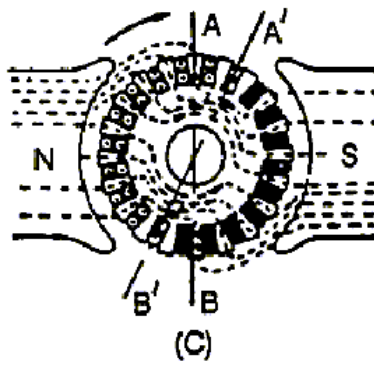
- légrés növelése (nagyobb gerjesztés szükséges)
- segédpólus az üresjárású semleges vonalban az armatúraárammal gerjesztve
- megfelelő kommutálási késleltetés (siettetés)
- kompenzálótekercs a pólussarukban az armatúraárammal gerjesztve



Mágneses mező fluxusa



Forgórész fluxus

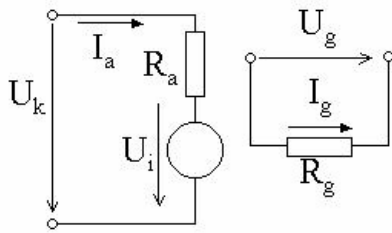


Eredő fluxus

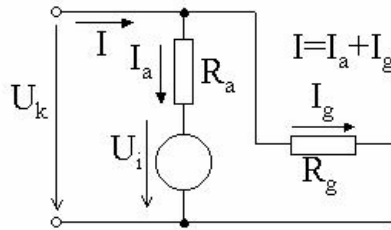
120. ábra

4.3.4. Egyenáramú gépek osztályozása

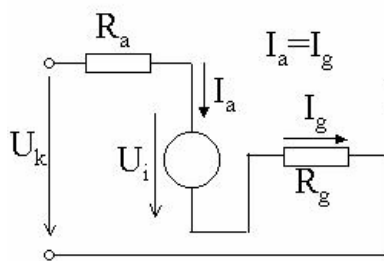
Külső gerjesztésű



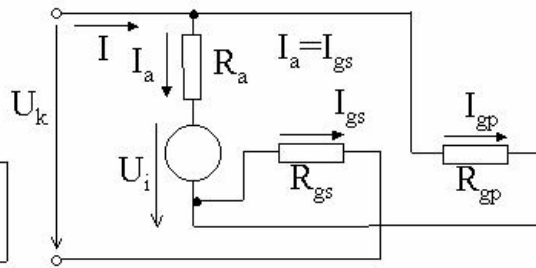
Párhuzamos gerjesztésű
(vagy sönt gerjesztésű)



Soros gerjesztésű



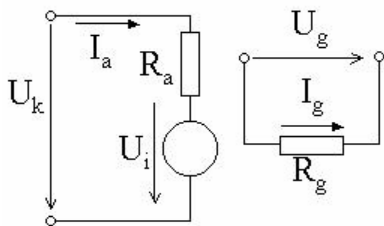
Vegyes gerjesztésű



121. ábra

4.3.4.1. Külső gerjesztésű motor (párhuzamos is)

A külső gerjesztésű motornak két pár független kivezetése van. Egyikre kapcsoljuk a gerjesztőfeszültséget, a másikra pedig az armatúra feszültséget.



122. ábra

$$\phi = \text{áll.}$$

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a$$

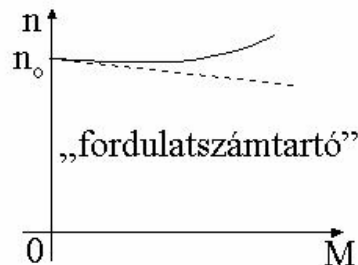
$$U_i = k \cdot \phi \cdot \omega$$

$$M = k \cdot \phi \cdot I_a$$

$$U_{i|k} = M\omega$$

$$\omega = \frac{U_i}{k \cdot \phi} = -\frac{R_a I_a}{k \cdot \phi} + \frac{U_k}{k \cdot \phi} \Rightarrow y = mx + b$$

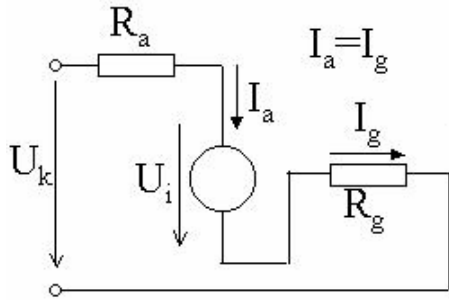
A motor egyik legfontosabb tulajdonsága a fordulatszám-tartás, azaz növekvő nyomaték mellett (mint ahogy az ábrán is látható) nem változik meg lényegesen a fordulatszám.



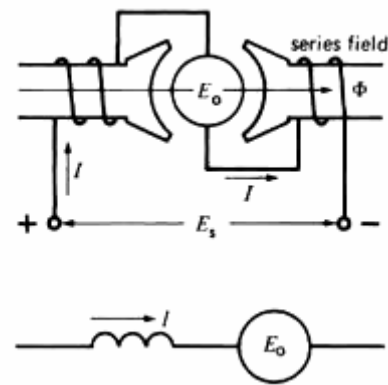
123. ábra

4.3.4.2. Soros gerjesztésű motor

Villamos helyettesítő képe:



124. ábra



125. ábra

Az armatúra sorosan van kapcsolva a gerjesztőtékerccsel, ezért a gerjesztőáram azonos az armatúraárammal.

$$I_g = I_a$$

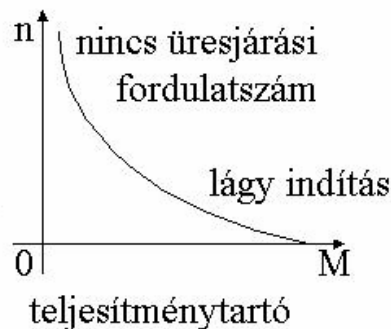
emiatt:

$$\phi = f(I_a)$$

és:

$$\omega = \frac{U_k}{k \cdot \phi} - \frac{I_a \cdot R_a}{k \cdot \phi} = \frac{U_k}{k \cdot k' \cdot I_a} - \frac{R_a}{k \cdot k'}$$

ennek megfelelően a fordulatszám az armatúraáram függvényében hiperbola (fordítottan arányos) függvényt ad.



126. ábra

Az ábráról leolvasható, hogy a soros gerjesztésű motornak nincs üresjárási árama (terhelés nélkül indítani tilos).

A motor indulásakor, amikor az armatúraáram nagy és a fordulatszám még kicsi akkor adja le a legnagyobb nyomatékot, majd a fordulatszám növelésével csökken a nyomaték és az áramfelvétel is. Ezt a jellegzetes járműveknél (troli, villamos) és különböző kéziszerszámoknál ideálisan ki lehet használni, hiszen ezeknek a gépeknek induláskor van szükségük nagy nyomatékra az elért fordulatszámot már kisebb nyomatékkal is fenn lehet tartani.

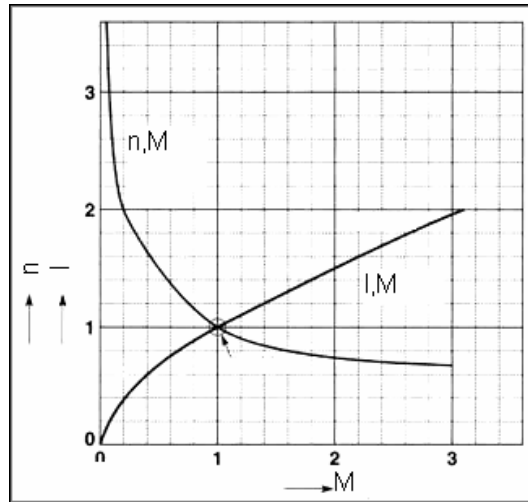
A fordulatszám erősen függ a terheléstől

$$M = k \cdot \phi \cdot I_a = k' \cdot I_a^2$$

a nyomaték az armatúraáram négyzetével arányos

$$M \cdot n \approx \text{áll.} = P$$

tehát a motor teljesítménytartó

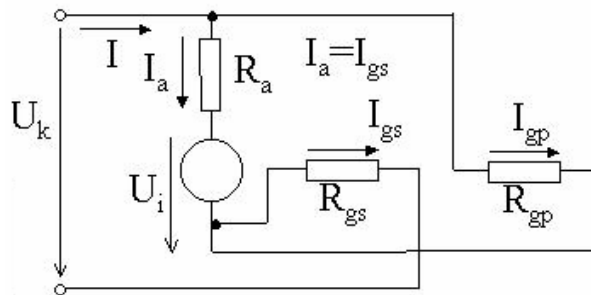


127. ábra

Ez a motor egyaránt működik váltó-, illetve egyenáramról is, ezért univerzális gépnek nevezzük. A motor forgásirányának változtatása csak a gerjesztő tekercs kapcsainak felcserélésével lehetséges. Fontos dolog azonban, hogy egy 230V váltófeszültségre tervezett gépet, nem lehet 230V egyenfeszültségről táplálni, ilyenkor ugyanis a tekercs reaktanciája megszűnik így kisebb lesz a terhelés és az áram nagyon megszalad.

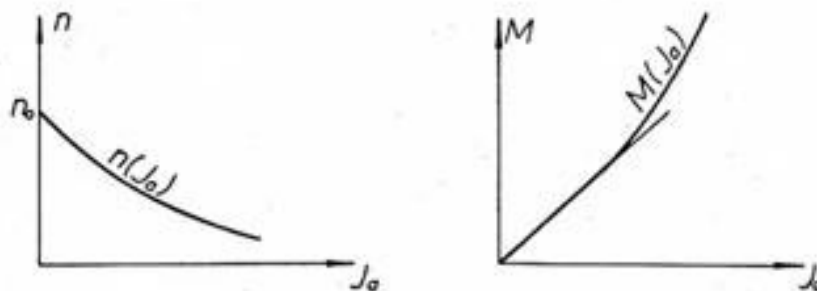
4.3.4.3. Vegyes gerjesztésű motor

Villamos helyettesítő képe:



128. ábra

A fordulatszám illetve a nyomaték az armatúraáram függvényében:



129. ábra

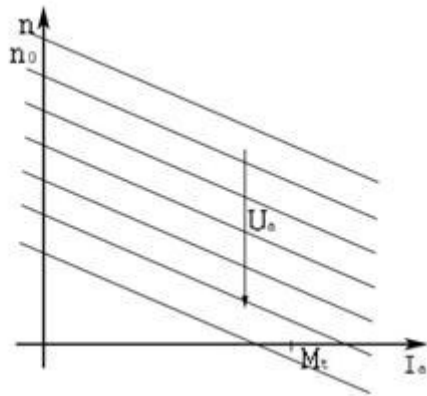
- Igen ritkán használják.
- Nem fordulattartó.
- Van soros és párhuzamos gerjesztése is.

A fordulatszám változtatás módszerei

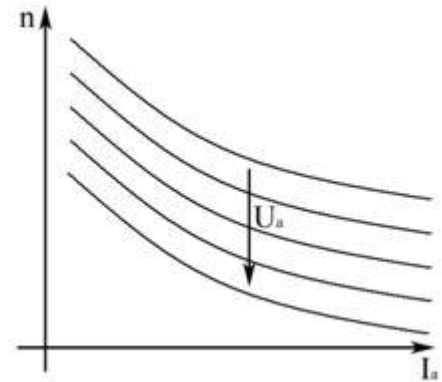
Az $\omega = \frac{U_k - I_a \cdot R_a}{k \cdot \phi}$ képlet alapján 3 lehetőség van a szögsebesség, és ezáltal a fordulatszám befolyásolására.

1. U_i (kapocsfeszültség) változtatása

- veszteségmentes
- ez a leggyakoribb módszer

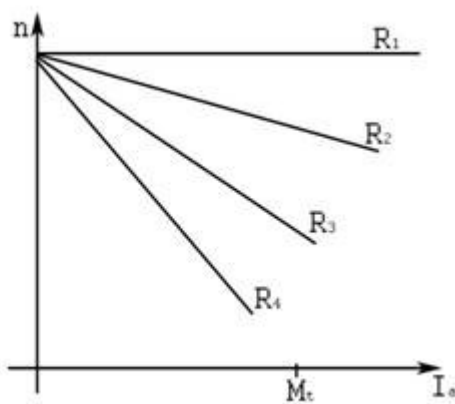


130. ábra

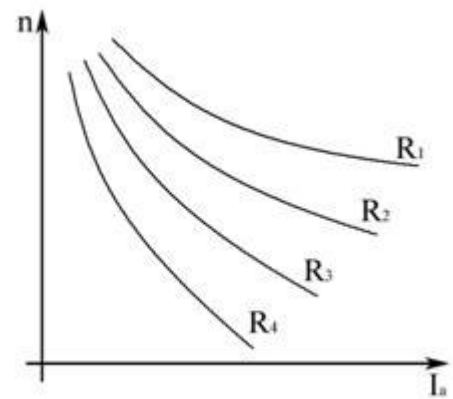


131. ábra

2. R_a (főáramköri ellenállás) változtatásával



132. ábra

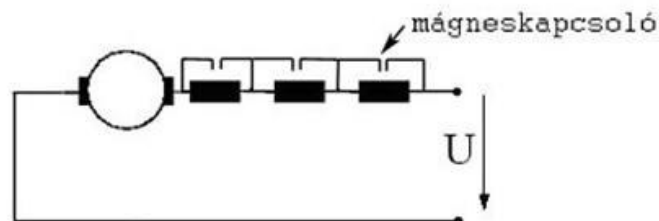


133. ábra

$$R_1 < R_2 < R_3 < R_4 \quad R_1 < R_2 < R_3 < R_4$$

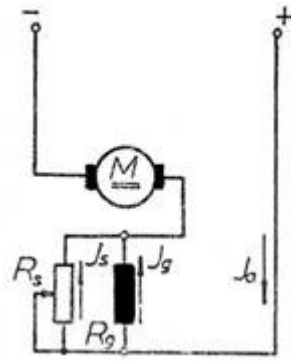
- az üresjárási pont mindig ugyanaz -nincs üresjárási fordulatszám
- veszteséges, hőenergiát termel ($P = I^2 \cdot R$)

gyakorlati megvalósítása:

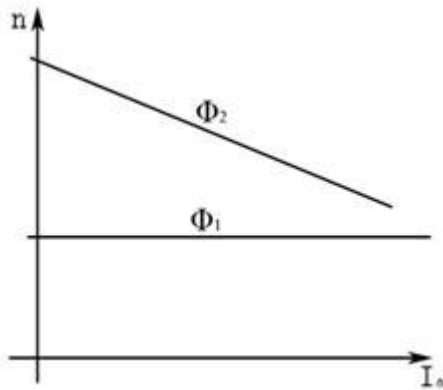


134. ábra

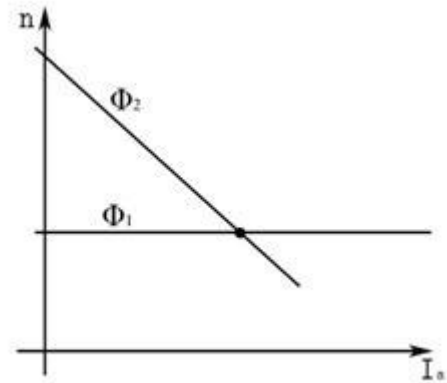
3. Φ (fluxus) változtatásával



135. ábra



136. ábra



137. ábra

$$\Phi_1 > \Phi_2$$

A metszéspontban üzemeltetik. Fluxus változásnál nem történik semmi. Előre tudni kell terhelés tartományát, hogy elkerüljük a metszéspontot és az ellentétes hatást.

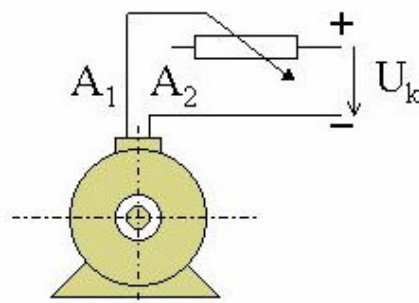
4.3.5. Indítás

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a \Rightarrow I_a = \frac{U_k - U_i}{R_a}$$

$$U_i = k \cdot \phi \cdot \omega$$

Indításkor ($\omega=0$) nem indukálódik feszültség $U_b=0$, ezért $I_a = \frac{U_k}{R_a}$ 10-30szorososa is lehet a névleges áramnak.

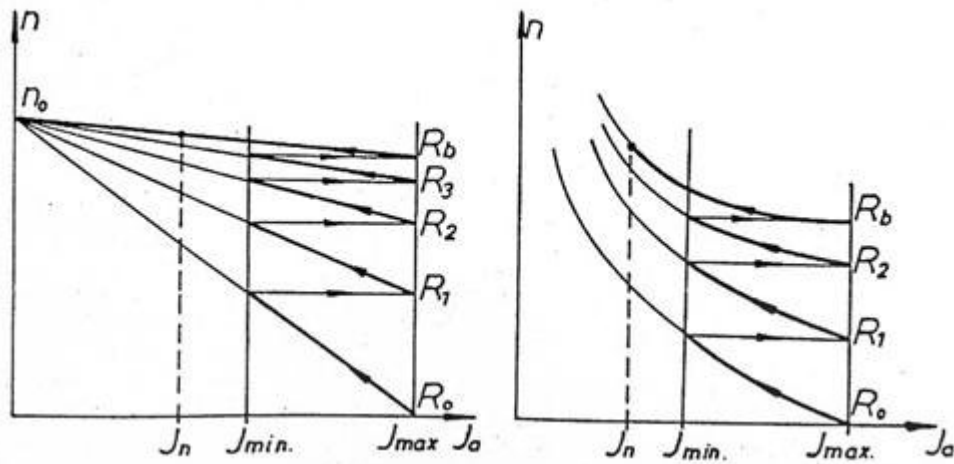
I_a -t csökkenthetjük sorba kötött ellenállások kikapcsolásával (a tört nevezője nő)



138. ábra

Külső gerjesztésű

Soros gerjesztésű



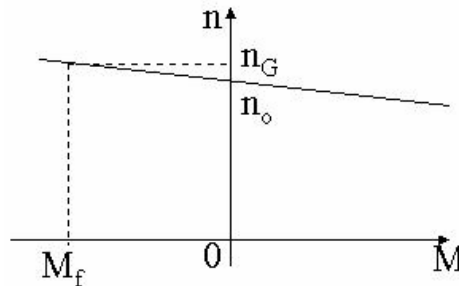
139. ábra

Ennél a módszernél kihasználjuk, hogy a motor rövid ideig elviseli a névlegesnél nagyobb áramot. (Az ellenállások használata miatt ez is veszteséges.)

4.3.6. Fékezés

1. Visszatápláló (generátoros)

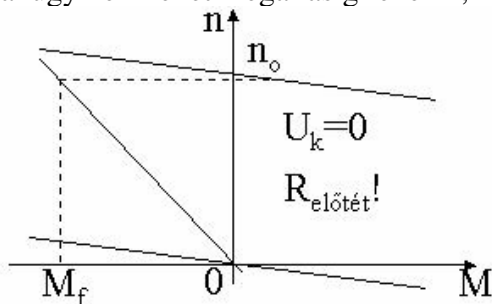
Generátoros fékezés esetén a motort, mint generátort üzemeltetik, és a motor által termelt áramot a hálózatba visszatáplálják. Ez a fajta fékezési mód a soros motornál nem alkalmazható. Hátrány, hogy a motort nem lehet teljesen megállítani.



140. ábra

2. Ellenállásos (dinamikus)

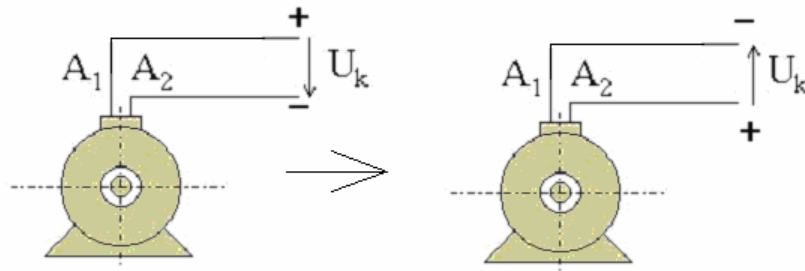
Ebben az esetben az áramkörbe iktatott ellenállással fékezik a motort, ami a keletkező áramot elfűti. Ugyanúgy nem lehet megállásig fékezni, mint az előzőnél és még veszteséges is.



141. ábra

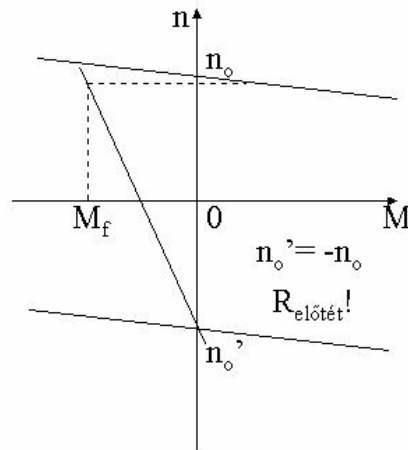
$$\omega = \frac{U_i}{k \cdot \phi} = -\frac{I \cdot R}{k \cdot \phi} = -M \cdot \frac{R}{k^2 \cdot \phi^2}$$

3. Ellenáramú (irányváltásos)



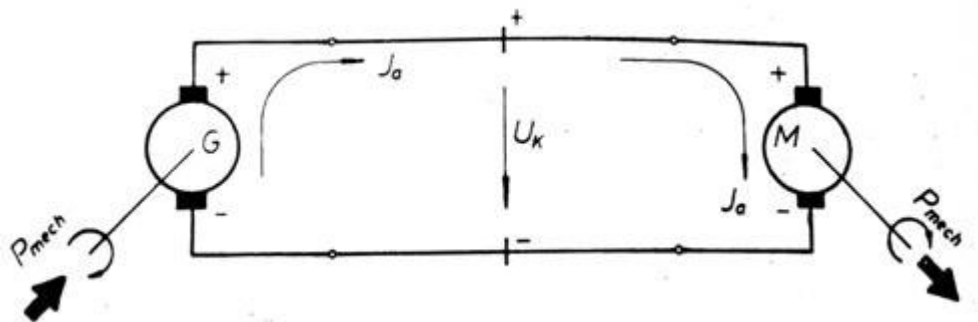
142. ábra

Ebben az esetben, mint ahogy az ábrán is látszik a motor kapocsfeszültségének a polaritását megcserélik, ezáltal a motorban folyó áram ellenkező iránya miatt a motor a másik irányba akarna forogni, ez azonban csak úgy lehetséges, ha a motor először megáll. Tehát ezzel a módszerrel meg lehet teljesen állítani a motor forgását, de ez nagy veszteségekkel jár (névleges mechanikai, névleges villamos teljesítmény).

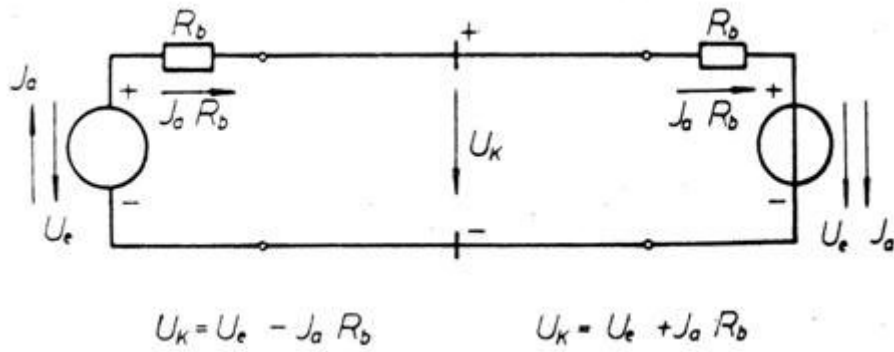


143. ábra

4.3.7 Egyenáramú generátorok



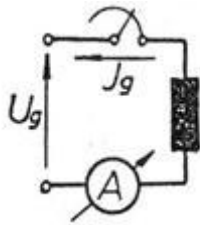
144. ábra



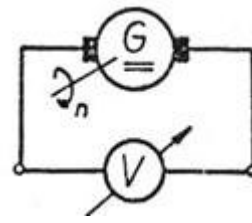
145. ábra

Motor állapot: Villamos-energia befektetésével a motor tengelyén mechanikai energiát kapunk.
 Generátor állapot: A tengelyen befektetett mechanikai energiából kapunk villamos energiát.

4.3.7.1 Külső gerjesztésű generátor

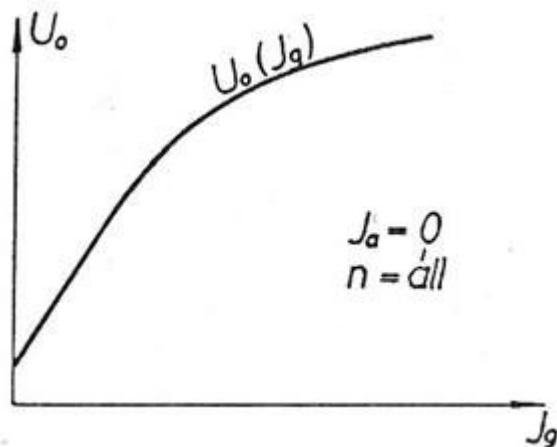


146. ábra



147. ábra

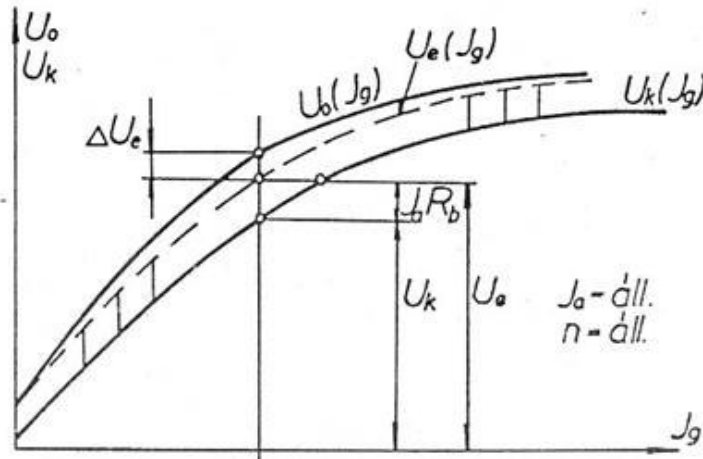
üresjárási jelleggörbéje:



148. ábra

A görbe nem az origóból indul, pedig nincs gerjesztett áram. Ennek oka: a ferromágneses anyagokban van visszamaradott mágnesesség a korábbi működés miatt. A telítődés miatt nem lineáris a görbe menete.

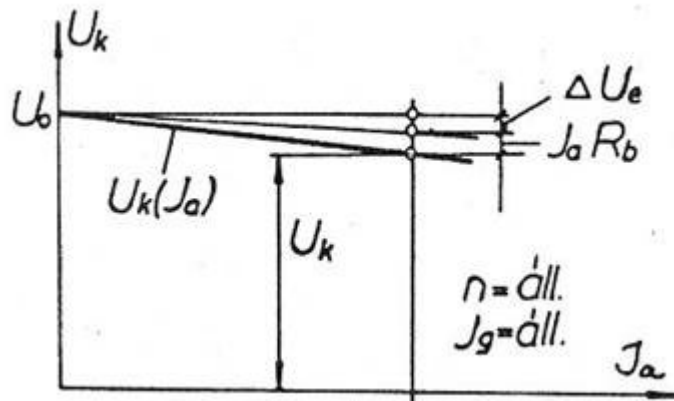
– üresjárási és terhelési jelleggörbe:



149. ábra

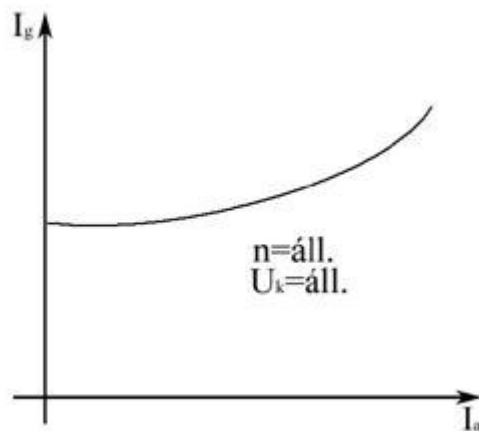
A kapocsfeszültség terheléskor kisebb, mint üresjárásban. A feszültségesés nagyobb az ohmos belső feszültségesésnél, mert az armatúravisszahatás csökkenti a gép főfluxusát és ez az indukált feszültség csökkenését eredményezi. A kapocsfeszültséghez az ohmos feszültségesést hozzáadva nyerjük a gép indukált feszültségét. (szaggatott vonal)

– külső jelleggörbe:



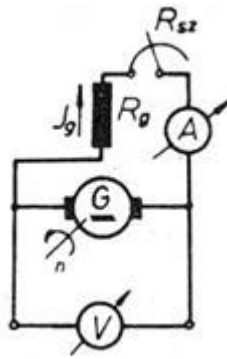
150. ábra

Előnye: a feszültség tág határok között stabilan beállítható szabályozási jelleggörbe:



151. ábra

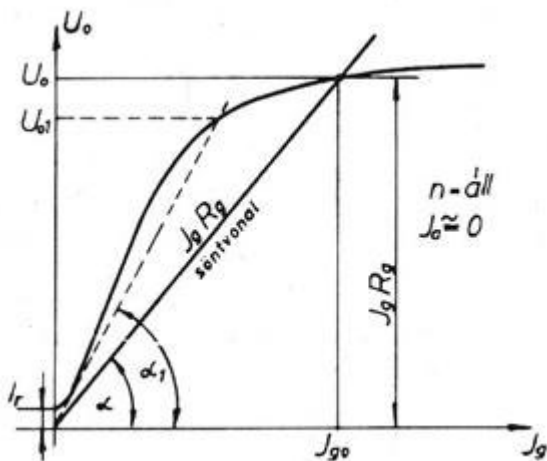
4.3.7.2 Párhuzamos gerjesztésű generátor (Jedlik Ányos: öngerjesztés elve)



152. ábra

Az előzőekkel ellentétben ez a generátorfajta tud csak mechanikai energiából gerjeszteni, nem használ villamos-energiát a gerjesztéshez.

– üresjárási jelleggörbe:

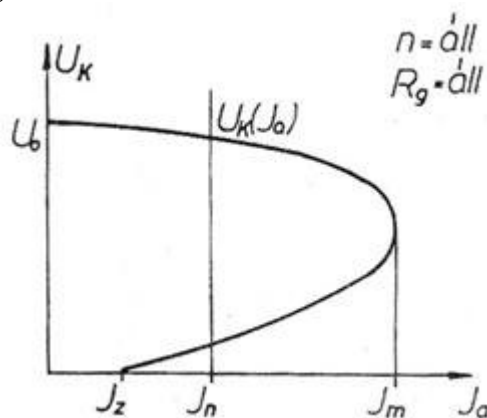


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U_0}{I_g} = R_g + R_{sz}$$

153. ábra

Ha a feszültség nulláról indulna, akkor nem tudna a generátor felgerjedni. A forgórész pörgetésével a visszamaradó mágnesesség miatt azonnal indukálódik áram és fluxus ezért nagyobb lesz az indukció tehát a generátor felgerjed.

– külső jelleggörbéje:



154. ábra

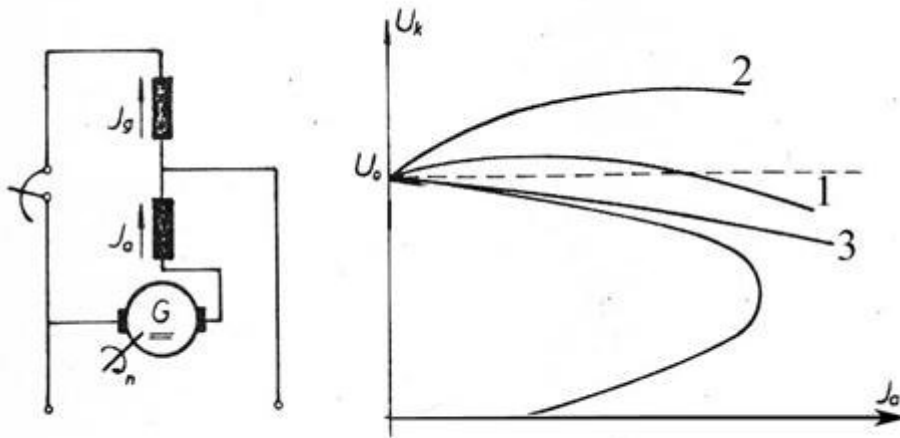
Felgerjedés feltételei:

- remanens (visszamaradott) fluxus kell
- $R_g + R_{sz}$ megfelelően kicsi legyen (stabil munkapont)
- gerjesztő tekercs polaritása megfelelő legyen

-terhelő ellenállás megfelelően nagy legyen

4.3.7.3 Vegyes gerjesztésű generátor

sorba és párhuzamosan kötött tekercset is tartalmaz

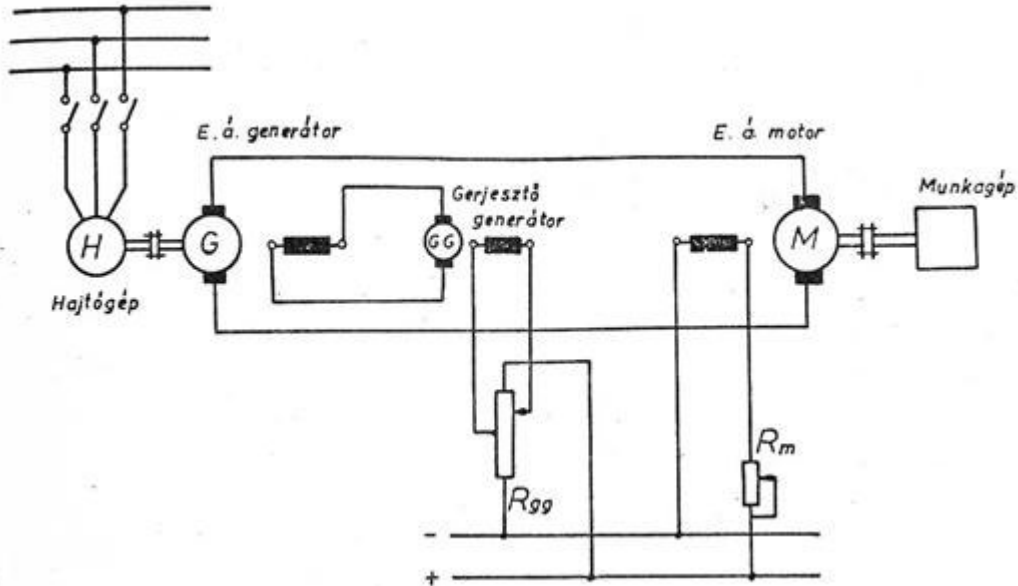


155. ábra

a két tekercs egymáshoz képesti viszonya lehet:

- 1: kompaundált
- 2: túlkompaundált
- 3: alulkompaundált

4.3.7.4 Ward-Leonard hajtás



156. ábra

-legtöbb sífelvonó ezen az elven működik.

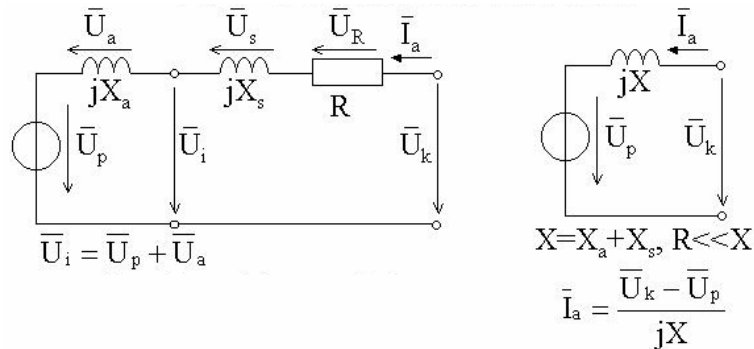
-egy 3 fázisú motorral (vagy diesel motorral) meghajtunk egy söntgenerátort és egy külső gerjesztésű generátort, ami adja az aramátúrafeszültségét egy másik külső gerjesztésű motornak.

4.4. Szinkrongépek

- lemezelt (az örvényáram csökkentése miatt), 3 fázisú állórész (aramatúra)

- -tömör, vastestű forgórész egyfázisú tekercseléssel – csúszógyűrű, szénkefe (hengeres, kiálló pólusú)
- -motor:
 - állórész: 3 fázisú feszültség hoz létre forgó mágneses teret, amit a frekvencia és a pólusok száma határozza meg (nincs indítónyomatéka)
 - forgórész: egyenáramú gerjesztés
- -generátor:
 - forgórész: egyenáramú gerjesztés
 - állórész: indukált feszültség (abszolút fordulattartó)
 - működéséhez egyenáram is szükséges

4.4.1. Áramköri modell



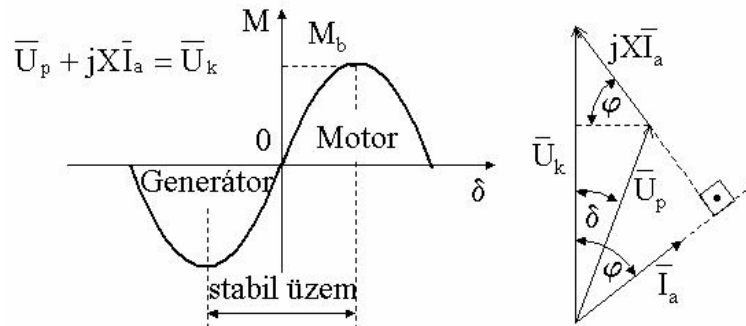
157. ábra

Nyomaték:

$$M = \frac{3}{\omega_0} \cdot \frac{U_k \cdot U_p}{X_d} \cdot \sin \delta$$

M: nyomaték (kapocsfeszültségtől függ)

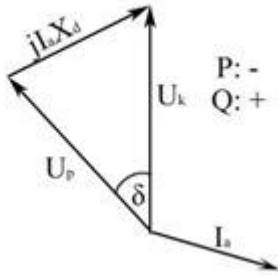
δ : terhelési szög (U_p és U_k közötti szög)



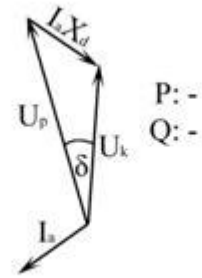
158. ábra

4.4.2. Generátor

alulgerjesztett



159. ábra

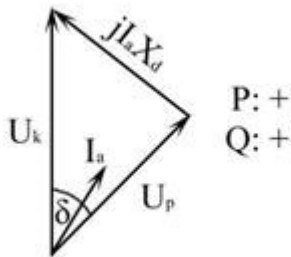


160. ábra

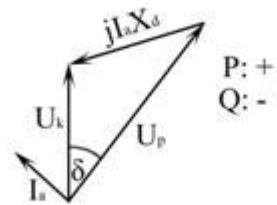
4.4.3. Motor

alulgerjesztett

túlgerjesztett



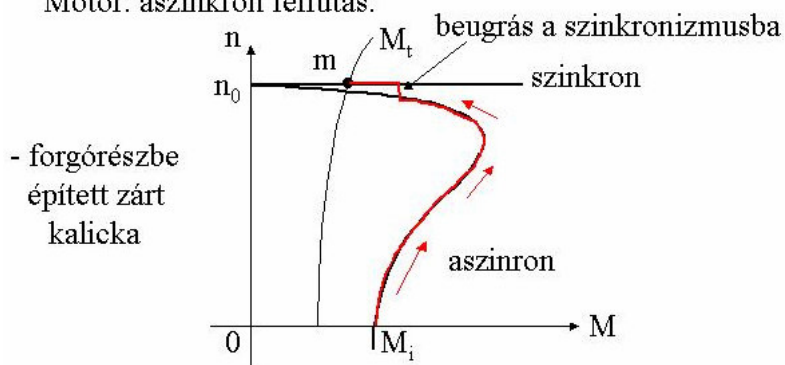
161. ábra



162. ábra

4.4.4. Indítás

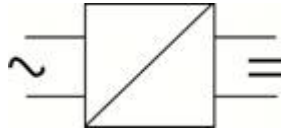
Motor: aszinkron felfutás:



163. ábra

5. Áramirányítók

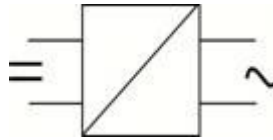
Az áram előállítása után vezetékeken keresztül jut el a fogyasztókhöz, amely áramirányítók segítségével kerül átalakításra. Leggyakoribb eset mely során váltakozó áramból egyenáramot készít. Pl. a legtöbb elektronikai eszköz.

Egyenirányító

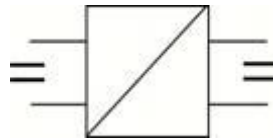
164. ábra

Inverter

Ennek a fordított esete amikor is egyen áramból készít váltó áramot.

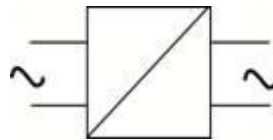


165. ábra

Konverter

166. ábra

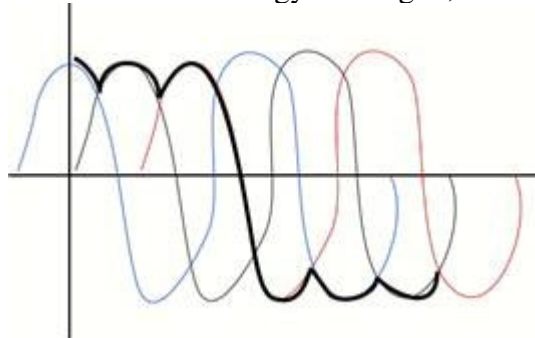
Egyen áramból alakít át egyen árammá a feszültség szintjét megváltoztatva. Például karóra DC konverter
Váltóáramból váltóáramot



167. ábra

AC konverter

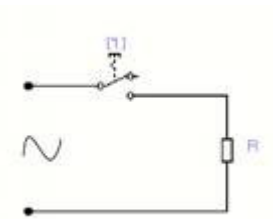
3 fázisú hálózat esetén a periódus idő az eredeti 50hz/3 lesz. Ezt az átalakítást a német vasutaknál használják, ezért nem használhatóak a német vonatok Magyarországon, mivel más feszültségen működnek.



168. ábra

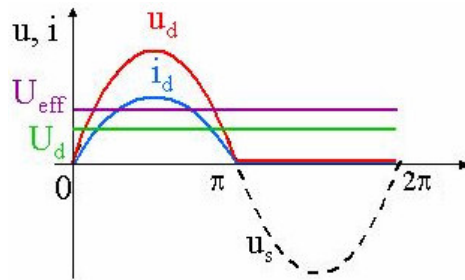
5.1. Egyenirányítók

A terhelésre egy kapcsolót rakunk, amit a szinuszhullám fél periódusa alatt nyitva, majd a másik fél periódus alatt zárva tartunk.



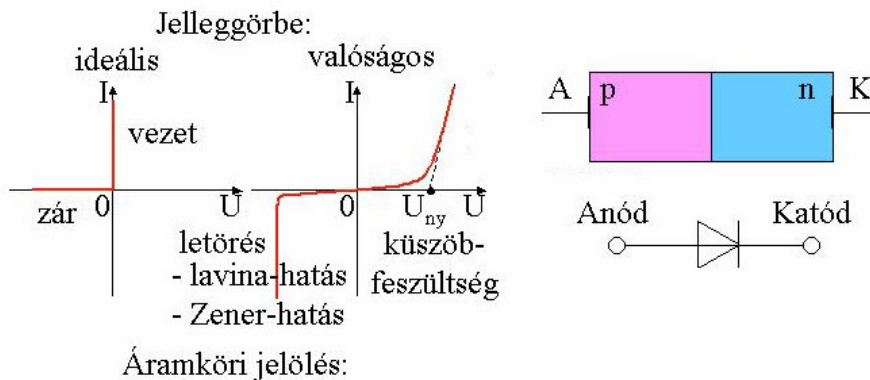
169. ábra

Az egyenirányított szinusz esetén a feszültség fél periódusig 0.



170. ábra

A ki-, bekapcsolásra pedig egy félvezető eszközt, egy diódát alkalmaznak. Ez egy olyan germán szilícium alapú félvezető eszköz, amelynek kivezetései: pozitív anód és negatív katód. Ideális kapcsoló jelleggörbéje, feszültség áram függvényében és a dióda tényleges jelleggörbéje az alábbi ábrán látható.



171. ábra

Tehát ha a kapcsoló zárt állapotában van, akkor a feszültség nulla és áram folyik. Nyitott kapcsoló állásnál szakadás van, nem folyik áram, de feszültség esik. A könyökponttól vezet a dióda.

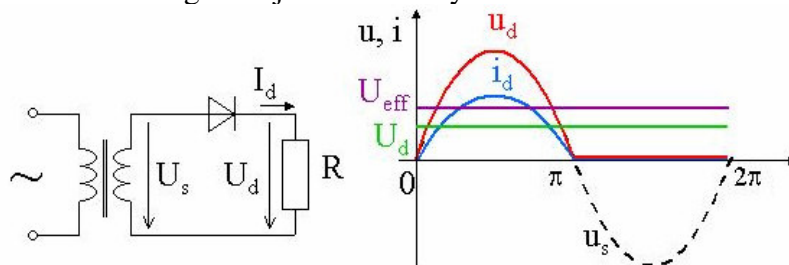
Záró irány: Szilíciumnál: 10^{-19} A Germánium: 10^{-6} A	A dióda nyit: Szilícium $U=0.6$ V Germánium $U=0.3$ V esetén
---------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------

A ZENER dióda használja ki a záró szakaszt.

A legegyszerűbb egyenirányító kapcsolása egy diódát alkalmazza, ez látja el a kapcsoló feladatát. A szinus hullám felső részénél nyit (rövid zár).

5.1.1. 1F1U1Ü – 1 fázisú 1 utas 1 ütemű kapcsolás

A O átmenet után a dióda zár és megszakítja az áram folyását.



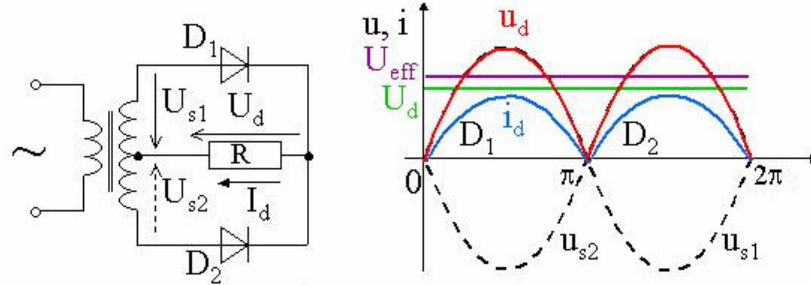
172. ábra

Hány utas egy kapcsolás? – valójában egy transzformátor szekunder tekercs van. Ezen a tekercsen egy vagy két irányban tud áram folyani.

Hány ütem van egy periódus alatt? Amennyi szinusz sapkát látunk. Kihasznátság szempontjából rossz, mert fél periódusig nulla a feszültség.

$$U_e = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \omega(\omega \cdot t) \cdot \omega \cdot t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_m \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t = \frac{U_m}{2\pi} [-\cos \omega t]_0^{2\pi} = \frac{U_m}{2\pi} [1+1] = \frac{U_m}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot U = \underline{\underline{0,45U}}$$

5.1.2. 1F1U2Ü

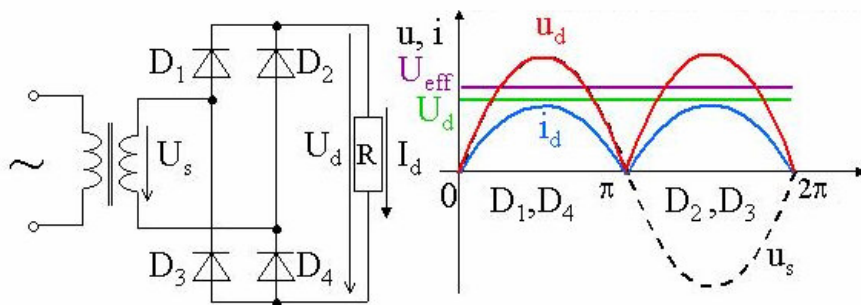


173. ábra

Akkor is kapcsol feszültséget, ami az 1F1U1Ü esetében nulla volt. Először a felső kapcsoló van nyitott állásban, majd zár ekkor a terhelésen jobbról balra folyik az áram és az alsó dióda kinyit. Ekkor kétszeres kihasználás miatt dupla a feszültség.

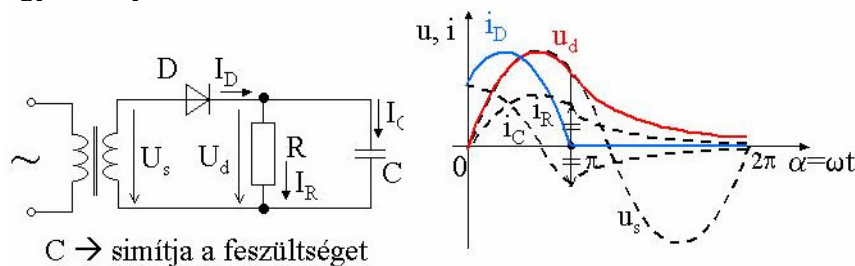
5.1.3. 1F2U2Ü

2 utas : mert a szekunder tekercsben 2 irányban folyik az áram, de mindig csak egy irányba
2 ütem : 2 db szinusz sapka



174. ábra

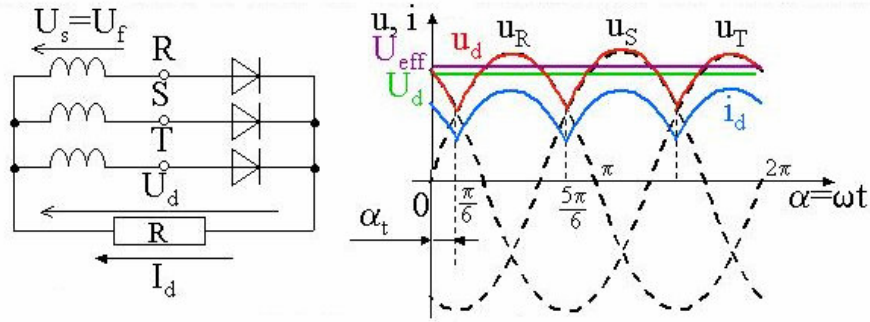
Szűrés : egydiódás egyenirányító esetén



175. ábra

A legegyszerűbb szűrő a puffer tároló kondenzátor: A kondenzátor feszültsége mindig megegyezik a kimeneti feszültséggel a diódán, csak akkor folyik áram, ha a bemeneti feszültség nagyobb, mint a kimeneti. Ilyenkor a dióda anódján nagyobb a feszültség, mint a katódján. Ha a diódán nem folyik áram, a kimeneti feszültség nagyobb, mint a bemeneti. Kondenzátor töltése fogyasztón átfolyó áram következtében csökken.

5.1.4. 3F1U3Ü



176. ábra

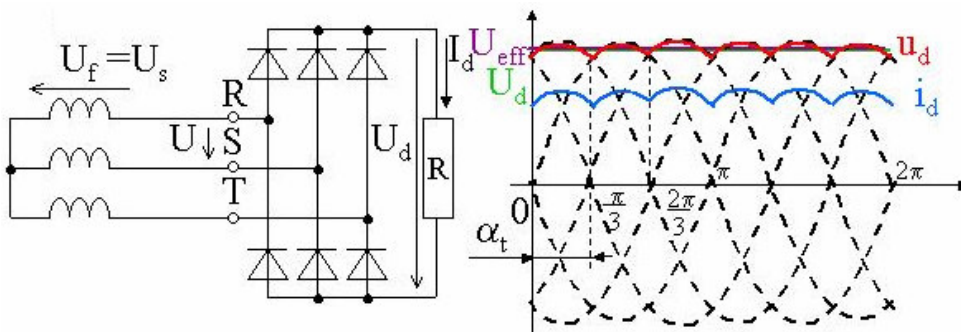
Ha az anód pozitív és a katód negatív, akkor vezet a dióda. Azt kell figyelemmel követni, hogy egy adott idő pillanatban melyik dióda vezet. Az egyen irányított feszültség nem csökken le nullára csak a szinuszok metszéséig. Ezt hívjuk kommutációs pontnak. Az egyik dióda átadja a vezetést a másik diódának. Az 1 dióda $2\pi/3=120^\circ$

$$\sqrt{2} \cdot U \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{P}$$

ahol, P jelenti az ütem számot.

$$U_e = \frac{1}{\frac{2\pi}{P \cdot \omega}} \int_{\frac{\pi}{P\omega}}^{\frac{\pi}{P\omega}} U_m \cos \omega t \cdot d\omega t = \sqrt{2} \cdot U \frac{P}{\pi} \sin \frac{\pi}{P}$$

5.1.5. 3F2U6Ü 3 fázisú hídkapcsolás (GRAETZ)



177. ábra

Az idő függvényében lehet követni a változásokat. A fázisokat 1,2,3 illetve A és B oldali diódákról beszélünk. Pl: 1A, 2B dióda

60°	120°	180°	240°	300°	360°
1A	1A	2A	2A	3A	3A
2B	3B	3B	1B	1B	2B

Az idő függvényében van fel osztva 60° - os időfüggvényre. Az első oszlopban lévő diódák (60°) vannak vezető irányba azok, vezetnek. Az idő múlásával (60°) 2B után kinyit 3B is. Majdnem vízszintes a kimeneti feszültség, közelíti az egyenfeszültséget, de egy pufferelessel (kondenzátor) még jobbá tehető.

5.1.6. Terhelések

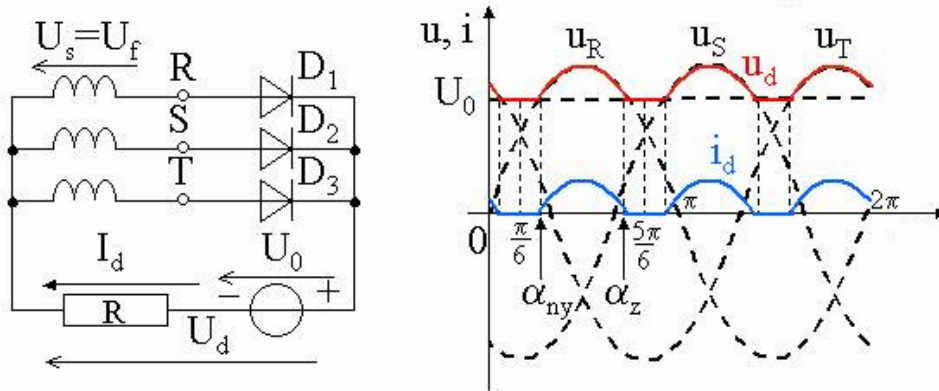
Mi történik, ha nem ellenállást, hanem terhelést teszünk a hálózatba.

- akkumulátor
- induktivitás
- egyenáramú motor armatúraköre

5.1.6.1. Akkumulátor típusú terhelés

Akku= telep+ belső ellenállás

3 ábrát készíthetünk attól függően, hogy mennyire van az akkumulátor lemerülve. A töltés megkezdésekor az akkumulátor feszültsége alacsony, ezért U_0 feszültség kicsi. Ahogy az akkumulátor töltődik és az U_0 feszültség növekszik a diódák egyre kevésbé lesznek nyitva és a rajtuk folyó áram szakaszos lesz, mint azt az ábra is mutatja.

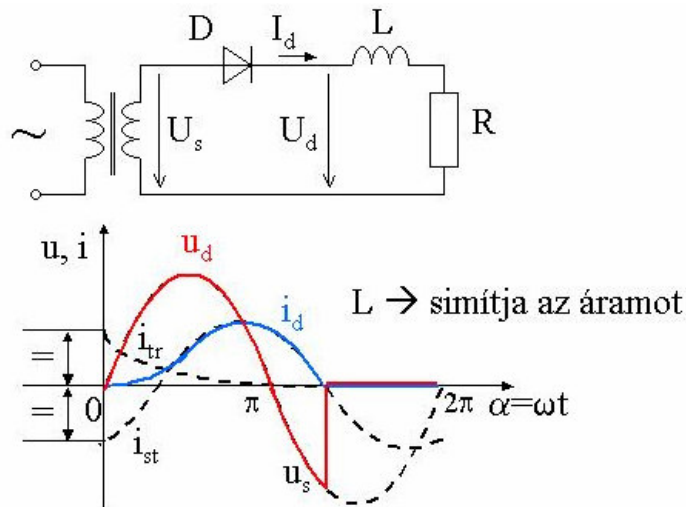


178. ábra

Akku állapota	Lemerült állapot	Töltés alatt	Majdnem feltöltött állapot
Vezetés	folyamatos	folytonos	szaggatott

5.1.6.2. Induktivitás

Az induktivitás az áramváltozás ellen hat, nem engedi, hogy az áram időben lüktessen, tehát simítja az áramot.

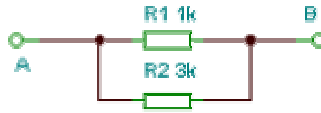


179. ábra

A terheléseken folyó áram simább, tehát egy szűrőnek tekinthető az áram szempontjából. Szórási induktivitás miatt nincs kommutáció a csomópontokban, hanem van egy átmeneti idő, amikor a Lenz – törvény értelmében ellenirányú áram indukálódik, ami zárja a diódát a periódus vége előtt.

6. Tesztsor a középiskolában tanultak felelevenítésére

1. Mekkora az eredő ellenállás?



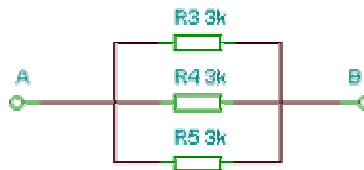
180. ábra

Válasz: Az ábra egy párhuzamos kapcsolást mutat, így

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

innen az eredő, $R_e = 0,75k\Omega$.

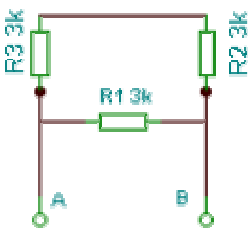
2. Mekkora az eredő ellenállás?



181. ábra

Válasz: Az ábra ismét egy párhuzamos kapcsolást mutat (az 1. feladathoz hasonlóan), az eredő ellenállás, $R_e = 1k\Omega$.

3. Mekkora az eredő ellenállás?



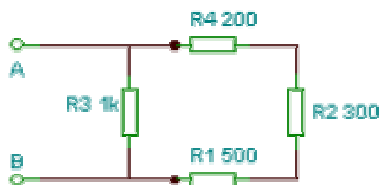
$$R_e = R_1 \times (R_2 + R_3) = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + (R_2 + R_3)}$$

$R_e = 2 \text{ Ohm}$

182. ábra

Válasz: Az ábra ismét egy vegyes kapcsolást mutat, melynek eredője $2k\Omega$.

4. Mekkora az eredő ellenállás?

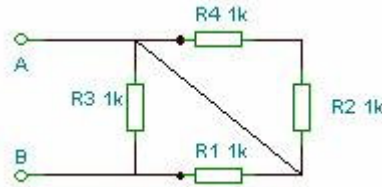


$$R_e = R_3 \times (R_1 + R_2 + R_4) = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2 + R_4)}{R_3 + (R_1 + R_2 + R_4)}$$

183. ábra

Válasz: Az ábra ismét egy vegyes kapcsolást mutat, melynek eredője $0,5k\Omega$.

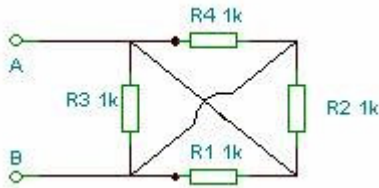
5. Mekkora az eredő ellenállás?



184. ábra

Válasz: Az ábra egy párhuzamos kapcsolást mutat, mivel a keresztirányú átkötés miatt az R4 és R2 jelű ellenállások kiesnek, így az eredő: 500Ω .

6. Mekkora az eredő ellenállás?

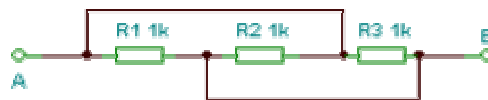


185. ábra

$$R_e = R_1 \times R_2 \times R_3 \times R_4$$

Válasz: Az ábrán egy tisztán párhuzamos kapcsolásokat látunk, ha átrendezzük a rajzot, így az eredő ellenállás $0,25k\Omega$.

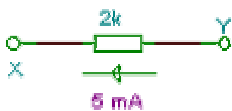
7. Mekkora az eredő ellenállás?



186. ábra

Válasz: A kapcsolás eredője: $1/3k\Omega$, mivel mindhárom ellenállás párhuzamosan kapcsolódik össze.

8. Mekkora feszültség esik az ellenálláson, ha $I = 5mA$?



Válasz: $U_{xy} = 10V$ feszültség esik, Ohm törvénye alapján.

9. Ha $U_1=10VDC$ és $U_2=20VDC$, akkor mekkora az U_1+U_2 ?

Válasz: A két feszültség eredője lehet $30, 10, -10$ és $15 V$, attól függően, hogy sorba, párhuzamosan v. ellentétes irányba kötjük be őket.

10. Ha $U_1=10VAC$ és $U_2=10VAC$ (eff., szinuszos) , akkor mekkora az U_1+U_2 ?

Válasz: A két feszültség eredője lehet $20, 0$ és $-20 V$ attól függően, hogy sorba, párhuzamosan v. ellentétes irányba kötjük be őket, illetve bármilyen 20 és $-20 V$ közötti értéket felvehet, a fázisviszonyoktól függően.